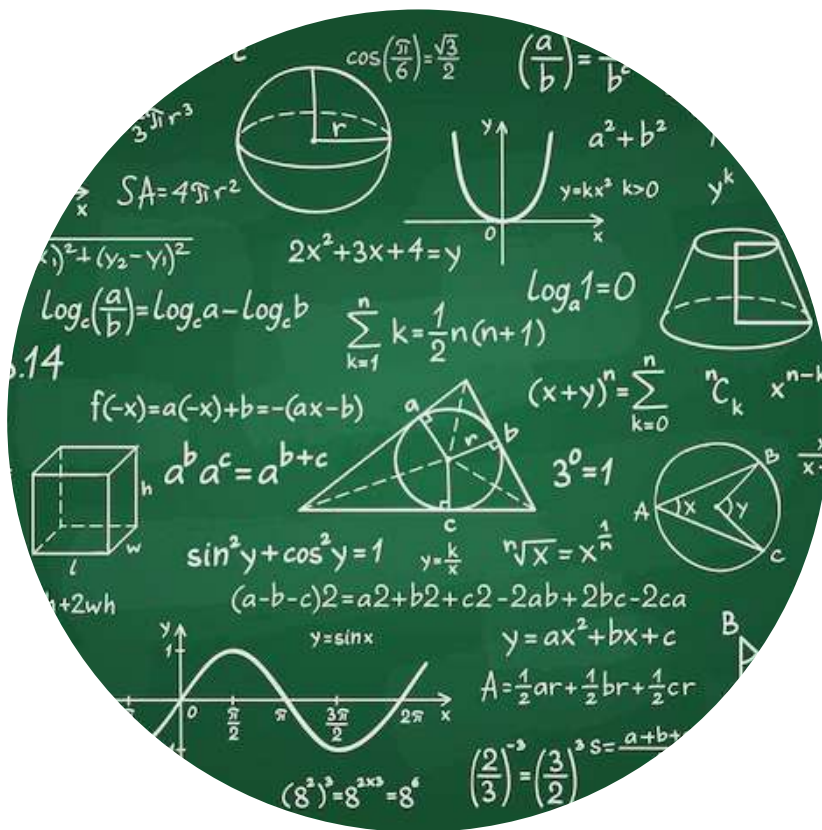


Algèbre



Shop

- Cahiers de Biologie + Lexique
- Accessoires de Biologie



Etudier

Visiter [Biologie Maroc](http://www.biologie-maroc.com) pour étudier et passer des QUIZ et QCM en ligne et Télécharger TD, TP et Examens résolus.



Emploi

- CV • Lettres de motivation • Demandes...
- Offres d'emploi
- Offres de stage & PFE

exercices théoriques

1. Effectuer la division selon les puissances décroissantes de :

(a) $X^4 - X^3 + 3X^2 + 1$ par $X^2 + 3X + 1$

(b) $X^5 + 2X^3 - 3X - 2$ par $X^3 + X + 1$

(c) $6X^5 - 7X^4 + 1$ par $(X - 1)^2$

corrigé succinct :

(a) On pose la division :

$$\begin{array}{r|l}
 X^4 - X^3 + 3X^2 & X^2 + 3X + 1 \\
 X^4 + 3X^3 + X^2 & X^2 - 4X + 14 \\
 \hline
 - 4X^3 + 2X^2 & + 1 \\
 - 4X^3 - 12X^2 - 4X & \\
 \hline
 14X^2 + 4X + 1 & \\
 14X^2 + 42X + 14 & \\
 \hline
 - 38X - 13 &
 \end{array}$$

donc $X^4 - X^3 + 3X^2 + 1 = (X^2 + 3X + 1)(X^2 - 4X + 14) - 38X - 13.$

(b) De même on trouve $X^5 + 2X^3 - 3X - 2 = (X^3 + X + 1)(X^2 + 1) - X^2 - 4X - 3.$

(c) De même $6X^5 - 7X^4 + 1 = (X^2 - 2X + 1)(6X^3 + 5X^2 + 4X + 3) + 2X - 2.$

2. Effectuer la division selon les puissances croissantes de :

(a) $2 + X^2$ par $1 - X + 3X^2$ à l'ordre 2

(b) 1 par $1 + 2X - X^2$ à l'ordre 3

(c) $5 + 2X$ par $1 + X$ à l'ordre 1.

(d) $1 - X$ par $1 + X$ à l'ordre n , pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

corrigé succinct :

(a) On pose la division :

$$\begin{array}{r|l}
 2 + X^2 & 1 - X + 3X^2 \\
 2 - 2X + 6X^2 & 2 + 2X - 3X^2 \\
 \hline
 2X - 5X^2 & \\
 2X - 2X^2 + 6X^3 & \\
 \hline
 - 3X^2 - 6X^3 & \\
 - 3X^2 + 3X^3 - 9X^4 & \\
 \hline
 - 9X^3 + 9X^4 &
 \end{array}$$

donc $2 + X^2 = (1 - X + 3X^2)(2 + 2X - 3X^2) - 9X^3 + 9X^4.$

(b) De même, $1 = (1 + 2X - X^2)(1 - 2X + 5X^2 - 12X^3) + 29X^4 - 12X^5.$

(c) De même, $5 + 2X = (5 - 3X)(1 + X) + 3X^2.$

3. Déterminer le polynôme réel unitaire de degré 4 dont $1 - i$ est racine simple et 2 est racine double.

corrigé succinct : Si le polynôme est unitaire de degré 4, il s'écrit $(X - a)(X - b)(\bar{X} - c)(X - d)$, a, b, c, d désignant ses quatres racines complexes.

On sait déjà que 2 est racine double (il compte deux fois dans la liste ci-dessus).

$1 - i$ étant racine, il ne reste plus qu'une racine à trouver. On utilise alors le résultat souvent utile suivant : si z est racines de P et si P est à coefficients réels, \bar{z} est racine de P . En effet, puisque $P(z) = 0$, on a $\overline{P(z)} = 0$ et donc $0 = \overline{P(z)} = P(\bar{z})$. Ainsi, $1 + i$ est aussi racine de P , donc $P = (X - 2)^2(X - (1 - i))(X - (1 + i)) = (X^2 - 4X + 4)(X^2 - 2X + 2)$:

$P = X^4 - 6X^3 + 14X^2 - 16X + 8.$

4. Factoriser sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R} les polynômes :

(a) $X^2 + 2X - 3$ (b) $X^4 + 2X^2 - 3$ (c) $X^3 - X^2 + 2X - 2$

(d) $X^4 + 1$ (e) $X^4 - 2X^3 + X - 2$ (f) $X^4 - 5X^3 + 8X^2 - 5X + 1$

corrigé succinct : (a) Le discriminant de ce polynôme du second degré est 16, et ses racines

sont -3 et 1. Ainsi, $X^2 + 2X - 3 = (X - 1)(X + 3).$

(b) On utilise le résultat précédent $X^4 + 2X^2 - 3 = (X^2 - 1)(X^2 + 3)$. Il reste à factoriser chacun de ces deux facteurs.

On a $X^2 - 1 = (X - 1)(X + 1)$, et $X^2 + 3$ est irréductible sur \mathbb{R} , et vaut $(X - \sqrt{3}i)(X + \sqrt{3}i)$ sur \mathbb{C} .

Ainsi, sur \mathbb{R} , $X^4 + 2X^2 - 3 = (X - 1)(X + 1)(X^2 + 3)$, et

sur \mathbb{C} , $X^4 + 2X^2 - 3 = (X - 1)(X + 1)(X - \sqrt{3}i)(X + \sqrt{3}i)$.

(c) On commence par déterminer une racine "évidente", à chercher parmi les diviseurs du terme constant -2 : on teste donc 2, -2, 1, -1, pour constater que 1 est effectivement racine (et pas les trois autres nombres).

Alors on effectue la division de $X^3 - X^2 + 2X - 2$ par $X - 1$ (on sait à l'avance que le reste doit être nul) : $X^3 - X^2 + 2X - 2 = (X - 1)(X^2 + 2)$. $X^2 + 2$ étant irréductible sur

\mathbb{R} , la décomposition est : sur \mathbb{R} , $X^3 - X^2 + 2X - 2 = (X - 1)(X^2 + 2)$, et

sur \mathbb{C} , $X^3 - X^2 + 2X - 2 = (X - 1)(X + \sqrt{2}i)(X - \sqrt{2}i)$.

(d) Il est plus simple de commencer par factoriser ce polynôme sur \mathbb{C} . Pour cela on doit trouver ses racines, ce qui revient à déterminer les racines quatrièmes de -1 : ce sont $e^{i\pi/4}$, $e^{3i\pi/4}$, $e^{5i\pi/4} = e^{-3i\pi/4}$ et $e^{7i\pi/4} = e^{-i\pi/4}$.

Ainsi, sur \mathbb{C} , $X^4 + 1 = (X - e^{i\pi/4})(X - e^{3i\pi/4})(X - e^{-3i\pi/4})(X - e^{-i\pi/4})$.

Pour obtenir la décomposition sur \mathbb{R} , on développe les deux produits correspondants aux racines conjuguées :

$$(X - e^{i\pi/4})(X - e^{-i\pi/4}) = X^2 - 2\cos(\pi/4)X + 1 = X^2 - \sqrt{2}X + 1 \text{ et}$$

$$(X - e^{3i\pi/4})(X - e^{-3i\pi/4}) = X^2 - 2\cos(3\pi/4)X + 1 = X^2 - \sqrt{2}X + 1. \text{ Ainsi,}$$

sur \mathbb{R} , $X^4 + 1 = (X^2 - \sqrt{2}X + 1)(X^2 + \sqrt{2}X + 1)$.

(e) On trouve -1 et 2 comme "racines évidentes". On peut alors diviser le polynôme par $(X + 1)(X - 2) = X^2 - X - 2$ et obtenir $X^4 - 2X^3 + X - 2 = (X + 1)(X - 2)(X^2 - X + 1)$.

Le polynôme $X^2 - X + 1$ n'a pas de racines réelles : la factorisation sur \mathbb{R} est donc $X^4 - 2X^3 + X - 2 = (X + 1)(X - 2)(X^2 - X + 1)$.

Ses racines complexes (calculées à l'aide du discriminant) sont $e^{i\pi/3}$ et $e^{-i\pi/3}$, donc la factorisation sur \mathbb{C} est $X^4 - 2X^3 + X - 2 = (X + 1)(X - 2)(X - e^{i\pi/3})(X - e^{-i\pi/3})$.

(f) On commence par déterminer une "racine évidente" en cherchant parmi les diviseurs du terme constant 1. On constate que 1 est racine, et le polynôme est donc divisible par $(X - 1)$: $X^4 - 5X^3 + 8X^2 - 5X + 1 = (X^3 - 4X^2 + 4X - 1)(X - 1)$. On peut à nouveau chercher une racine évidente de $X^3 - 4X^2 + 4X - 1$, et trouver de nouveau 1 : $X^3 - 4X^2 + 4X - 1 = (X - 1)(X^2 - 3X + 1)$.

Et alors en utilisant la méthode du discriminant :

sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} , $X^4 - 5X^3 + 8X^2 - 5X + 1 = (X - 1)^2(X - (3 + \sqrt{5})/2)(X - (3 - \sqrt{5})/2)$.

5. * Factoriser sur \mathbb{C} le polynôme $X^3 - 3iX^2 + (2i - 3)X + 2 + i = 0$

corrigé succinct :

1 est racine "évidente".

Le quotient de la division du polynôme par $X - 1$ est $X^2 + (-3i + 1)X - 2 - i$, qui a pour racines (formules du discriminant) i et $-1 + 2i$.

Les racines cherchées sont donc 1, i et $-1 + 2i$.

6. Décomposer en éléments simples sur \mathbb{R} les fractions :

(a) $\frac{X^2 + 3}{X^2 - 1}$ (b) $\frac{6}{X(X - 1)(X + 2)}$ (c) $\frac{X^3 + 1}{X(X^2 + 1)}$ (d) $\frac{X^2 - 2X - 3}{X^3 + 2X^2 - 3X}$

corrigé succinct : (a) Pour trouver la partie entière de la fraction, on écrit la division selon les

puissances décroissantes de $X^2 + 3$ par $X^2 - 1$: $X^2 + 3 = 1 \times (X^2 - 1) + 4$, donc

$$\frac{X^2 + 3}{X^2 - 1} = 1 + \frac{4}{X^2 - 1}. \text{ Comme } X^2 - 1 = (X - 1)(X + 1), \text{ on sait alors que l'on a une}$$

décomposition en éléments simples du type $1 + \frac{\lambda}{X - 1} + \frac{\mu}{X + 1}$.

Pour déterminer λ , on multiplie toute l'expression par $X - 1$:

$$(X - 1)\frac{X^2 + 3}{X^2 - 1} = (X - 1)\frac{X^2 + 3}{(X - 1)(X + 1)} = \frac{X^2 + 3}{X + 1} = (X - 1) + \lambda + \frac{\mu(X - 1)}{X + 1}.$$

Puis on prend la valeur en 1 : $\frac{4}{2} = 0 + \lambda + 0$.

Ainsi, on trouve $\lambda = 2$ et de même (en multipliant par $X + 1$ avant de prendre la valeur en -1) : $\mu = -2$.

La décomposition est donc $\frac{X^2 + 3}{X^2 - 1} = 1 + \frac{2}{X - 1} - \frac{2}{X + 1}$.

(b) Il n'y a pas de partie entière (car le degré du numérateur 6, 0, est strictement inférieur au degré du dénominateur, 3), donc on sait que l'on a une décomposition du type

$$\frac{6}{X(X - 1)(X + 2)} = \frac{\lambda}{X} + \frac{\mu}{X - 1} + \frac{\nu}{X + 2}.$$

Pour déterminer λ , on multiplie tout par X : $\frac{6}{(X - 1)(X + 2)} = \lambda + \frac{\mu X}{X - 1} + \frac{\nu X}{X + 2}$,

puis on prend la valeur en 0 : $\lambda = \frac{6}{(-1)(2)} = -3$.

De même pour μ en multipliant par $X - 1$ et en prenant la valeur en 1 : $\mu = 2$, et pour ν en multipliant par $X + 2$ et en prenant la valeur en 2 : $\nu = 1$.

Ainsi, $\frac{6}{X(X - 1)(X + 2)} = \frac{-3}{X} + \frac{2}{X - 1} + \frac{1}{X + 2}$.

(c) La partie entière est ici 1, et on sait alors que l'on a une décomposition en éléments simples réelle de la forme $\frac{X^3 + 1}{X(X^2 + 1)} = 1 + \frac{a}{X} + \frac{bX + c}{X^2 + 1}$.

Pour trouver a on procède comme précédemment, $a = 1$.

Pour trouver b et c , le plus efficace est de multiplier l'expression par $X^2 + 1$ avant de prendre la valeur en i (cette valeur n'est pas choisie au hasard : il s'agit d'une racine du dénominateur

$$X^2 + 1) : \text{on trouve } \frac{X^3 + 1}{X} = X^2 + 1 + \frac{X^2 + 1}{X} + bX + c, \text{ et donc}$$

$$bi + c = \frac{i^3 + 1}{i} = -1 - i. \text{ Ainsi, } b = -1, c = -1, \text{ et}$$

$$\frac{X^3 + 1}{X(X^2 + 1)} = 1 + \frac{1}{X} - \frac{X + 1}{X^2 + 1}.$$

(d) On commence ici par remarquer qu'il n'y a pas de partie entière dans cette fraction.

Puis l'on factorise le dénominateur : $X^3 + 2X^2 - 3X = X(X^2 + 2X - 3)$, et on factorise ensuite $X^2 + 2X - 3$ en cherchant ses racines par la méthode du discriminant. On obtient au final $X^3 + 2X^2 - 3X = X(X - 1)(X + 3)$.

La décomposition en éléments simples cherchées sera donc du type

$$\frac{X^2 - 2X - 3}{X^3 + 2X^2 - 3X} = \frac{\lambda}{X} + \frac{\mu}{X - 1} + \frac{\nu}{X + 3}, \text{ et on détermine les coefficients par la méthode}$$

habituelle maintenant :

$$\frac{X^2 - 2X - 3}{X^3 + 2X^2 - 3X} = \frac{1}{X} - \frac{1}{X - 1} + \frac{1}{X + 3}.$$

7. Décomposer en éléments simples sur \mathbb{C} puis sur \mathbb{R} les fractions :

(a) $\frac{X^4 - 2X}{X^2 + 1}$ (b) $\frac{3}{X^3 - 1}$ (c) $\frac{2(X - 2)}{(X^2 + 1)^2}$

corrigé succinct : (a) La partie entière de la fraction, obtenue par division selon les puissances

décroissantes, est $X^2 - 1$: $\frac{X^4 - 2X}{X^2 + 1} = X^2 - 1 + \frac{-2X + 1}{X^2 + 1}$.

Remarquons que $\frac{-2X + 1}{X^2 + 1}$ est un élément simple réel ! (cf. le cours...), donc on vient d'écrire

la décomposition réelle :

$$\text{sur } \mathbb{R}, \frac{X^4 - 2X}{X^2 + 1} = X^2 - 1 + \frac{-2X + 1}{X^2 + 1}.$$

Pour déterminer la décomposition en éléments simples complexes, il faut factoriser

$X^2 + 1 = (X - i)(X + i)$. La décomposition est alors de la forme

$$\frac{X^4 - 2X}{X^2 + 1} = X^2 - 1 + \frac{\lambda}{X - i} + \frac{\mu}{X + i}.$$

On trouve λ par la méthode usuelle : on multiplie l'expression par $X - i$:

$$\frac{X^4 - 2X}{X + i} = (X^2 - 1)(X - i) + \lambda + \frac{\mu(X - i)}{X + i}, \text{ et on prend la valeur en } i : \frac{i^4 - 2i}{2i} = \lambda,$$

donc $\lambda = -1 - i/2$.

On peut trouver par la même méthode μ , mais il est plus rapide de voir que, la fraction initiale étant réelle, les coefficients associés aux dénominateurs conjugués $X - i$ et $X + i$ sont eux-même conjugués, donc $\mu = \bar{\lambda} = -1 + i/2$.

Ainsi,
$$\text{sur } \mathbb{C}, \frac{X^4 - 2X}{X^2 + 1} = X^2 - 1 + \frac{-1 - i/2}{X - i} + \frac{-1 + i/2}{X + i}.$$

(b) On constate que la fraction a une partie entière nulle, et que $X^3 - 1$ se factorise à l'aide des racines cubiques de 1 en $X^3 - 1 = (X - 1)(X - e^{2i\pi/3})(X - e^{-2i\pi/3})$ (on a intérêt ici à écrire la troisième racine cubique de 1 sous la forme $e^{-2i\pi/3}$ plutôt que $e^{4i\pi/3}$).

Alors la décomposition en éléments simples sera de la forme

$$\frac{3}{X^3 - 1} = \frac{3}{(X - 1)(X - e^{2i\pi/3})(X - e^{-2i\pi/3})} = \frac{\lambda}{X - 1} + \frac{\mu}{X - e^{2i\pi/3}} + \frac{\nu}{X - e^{-2i\pi/3}}.$$

La technique habituelle s'applique ici, mais les calculs sont un peu longs.

Pour trouver λ , on multiplie par $X - 1$ et on prend la valeur en 1 :

$$\lambda = \frac{3}{(1 - e^{2i\pi/3})(1 - e^{-2i\pi/3})} = \frac{\lambda}{1 - e^{2i\pi/3} - e^{-2i\pi/3} + 1} = \frac{3}{2 - 2\cos(2\pi/3)} = \frac{3}{2 + 1} = 1.$$

Pour trouver μ , on multiplie par $X - e^{2i\pi/3}$ et on prend la valeur en $e^{2i\pi/3}$:

$$\mu = \frac{3}{(e^{2i\pi/3} - 1)(e^{2i\pi/3} - e^{-2i\pi/3})} = \frac{3}{e^{4i\pi/3} - 1 - e^{2i\pi/3} + e^{-2i\pi/3}} = \frac{1}{-1/2 - \sqrt{3}i/2 - 1 + 1/2 - \sqrt{3}i/2 - 1/2 - \sqrt{3}i/2} = \frac{1}{-3/2 - 3\sqrt{3}i/2} = \frac{1}{\sqrt{3}i/2} = \frac{1}{e^{-2i\pi/3}} = e^{2i\pi/3}.$$

On trouve de même (par le calcul, ou bien en utilisant le fait que $\mu = \bar{\lambda}$) $\mu = e^{-2i\pi/3}$, et donc

$$\text{sur } \mathbb{C}, \frac{3}{X^3 - 1} = \frac{1}{X - 1} + \frac{e^{2i\pi/3}}{X - e^{2i\pi/3}} + \frac{e^{-2i\pi/3}}{X - e^{-2i\pi/3}}.$$

Pour trouver la décomposition réelle, on additionne (en réduisant les fractions au même dénominateur) les deux fractions conjuguées à coefficients complexes :

$$\frac{e^{2i\pi/3}}{X - e^{2i\pi/3}} + \frac{e^{-2i\pi/3}}{X - e^{-2i\pi/3}} = \frac{e^{2i\pi/3}(X - e^{-2i\pi/3}) + e^{-2i\pi/3}(X - e^{2i\pi/3})}{(X - e^{2i\pi/3})(X - e^{-2i\pi/3})} =$$

$$\frac{2\cos(2\pi/3)X - 2}{X^2 - 2\cos(2\pi/3)X + 1} = \frac{-X - 2}{X^2 + X + 1}, \text{ et ainsi la décomposition est}$$

$$\text{sur } \mathbb{R}, \frac{3}{X^3 - 1} = \frac{1}{X - 1} - \frac{X + 2}{X^2 + X + 1}.$$

(c) La partie entière est nulle, et la fraction est un élément simple réel de seconde espèce (cf. le cours), ainsi la fraction est décomposée sur \mathbb{R} .

Sur \mathbb{C} , on peut factoriser $(X^2 + 1)^2 = (X - i)^2(X + i)^2$, et donc la décomposition en éléments simples sera de la forme $\frac{a}{(X - i)^2} + \frac{b}{X - i} + \frac{c}{(X + i)^2} + \frac{d}{X + i}$.

Pour trouver a on multiplie l'expression par $(X - i)^2$ et on prend la valeur en i :

$$\frac{2(i - 2)}{(2i)^2} = a, \text{ donc } a = 1 - i/2, \text{ et de même } c = 1 + i/2.$$

Trouver b et d est plus problématique...on peut, de manière générale, choisir de remplacer X par deux valeurs différentes des pôles i et $-i$, et obtenir ainsi deux équations à deux inconnues b et d ...

Si l'on veut limiter les calculs on peut : remplacer X par 0, ce qui donne une équation simple : $-a + ib - c - id = -4$ soit $i(b - d) = -2$ soit encore $b - d = 2i$.

Puis multiplier l'expression par X et considérer la limite en l'infini : à gauche on obtient 0, à droite $b + d$. Ainsi, $b + d = 0$, et donc $b = i$, $d = -i$. La décomposition cherchée est donc :

$$\text{sur } \mathbb{C}, \frac{2(X-2)}{(X^2+1)^2} = \frac{1-i/2}{(X-i)^2} + \frac{i}{X-i} + \frac{1+i/2}{(X+i)^2} - \frac{i}{X+i}.$$

8. Calculer :

$$I = \int_0^2 \frac{x^2 dx}{(x-3)(x+1)} \quad \text{et}$$

$$J = \int_0^1 \frac{dx}{(x-2)(x^2+1)}$$

corrigé succinct :

Pour I , on commence par décomposer en éléments simples la fraction

$$\frac{x^2}{(x-3)(x+1)} = 1 + \frac{9/4}{x-3} - \frac{1/4}{x+1} \quad (\text{exercice !}).$$

On vérifie que cette fonction est bien continue sur l'intervalle d'intégration $[0, 2]$, de primitive

$$x + \frac{9}{4} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1|). \text{ L'intégrale vaut donc}$$

$$I = 2 + \left[\frac{9}{4} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1| \right]_0^2 = 2 + \frac{9}{4}(\ln 1 - \ln 3) - \frac{1}{4}(\ln 3 + \ln 1), \text{ donc}$$

$$I = 2 - 5 \frac{\ln 3}{2}.$$

$$\text{De même pour } J : \frac{1}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{1/5}{x-2} + \frac{-x/5 - 2/5}{x^2+1} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+1} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2+1} \right) - \frac{2}{x^2+1}.$$

Cette fonction est continue sur $[0, 1]$, et une primitive est

$$\frac{1}{5} (\ln|x-2| - \ln(x^2+1))/2 - 2 \arctan x), \text{ donc l'intégrale vaut}$$

$$\frac{1}{5} (\ln 1 - \ln 2/2 - 2 \arctan 1 - \ln 2 + \ln 1 + 2 \arctan 0) = \frac{1}{5} (-3 \ln 2/2 - \pi/2). \text{ Ainsi,}$$

$$J = -\frac{3 \ln 2 + \pi}{10}.$$

9. Résoudre l'équation différentielle $(x^2 + 1)y' - \frac{2y}{x} = 0$ avec $y(1) = 1$

corrigé succinct : L'équation se transforme en $\frac{y'}{y} = \frac{2}{x(x^2+1)} = \frac{2}{x} - \frac{2x}{x^2+1}$, soit en

prenant une primitive de chaque côté : $\ln|y| = 2 \ln|x| - \ln(x^2+1) = \ln \frac{x^2}{x^2+1} + c$, et

$$\text{donc } y = C \frac{x^2}{x^2+1}.$$

Si de plus on impose que $y(1) = 1$, on obtient $C = 2$, et donc

$$y = \frac{2x^2}{x^2+1}.$$

10. * Déterminer P de degré 4 dont 1 est racine double et tel que 0 est racine triple de $P - 2$.

corrigé succinct : On peut écrire, puisque 0 est racine triple de $P - 2$:

$$P - 2 = aX^3(X - b), \text{ avec } a, b \text{ à déterminer.}$$

Ecrire que 1 est racine double de P revient à dire que $P(1) = 0$ et $P'(1) = 0$, ce qui donne les équations $-2 = a(1 - b)$ et $0 = 3a(1 - b) + a$ donc $a - ab = -2$ et $4a - 3ab = 0$.

Ainsi, $a = 6$ et $b = 4/3$ et le polynôme cherché est $P = 2 + 6X^3(X - 4/3)$, donc

$$P = 6X^4 - 8X^3 + 2.$$

exercices pratiques

1. * **Polynôme interpolateur de Lagrange**

Lors d'une expérience, la mesure d'une certaine quantité Q au cours du temps donne $Q(0) = 1$, $Q(1) = 2$, $Q(3) = 5$. Trouver le polynôme Q de degré 2 qui coïncide avec ces mesures.

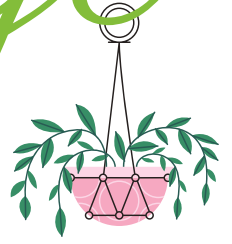
corrigé succinct : On cherche Q sous la forme $aX^2 + bX + c$, et les conditions donnent donc le système

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 5 \end{cases}$$

dont la solution est $(a, b, c) = (1/6, 5/6, 1)$.

$$\text{Ainsi, } Q = \frac{X^2 + 5X + 6}{6}.$$

Bon courage



LIENS UTILES 🙌

Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

