

TD de Statistique

Série n° :1

Exercice 1 Dans une localité urbaine on a enregistré le nombre d'accidents d'automobiles par jour pendant une période de 50 jours. les résultats sont comme suit :

0, 1, 1, 0, 3, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 4, 0, 1, 0, 2, 0, 1, 0, 1, 3, 0, 2, 0, 2, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 2, 2, 0, 0, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 3, 1.

- 1) Préciser la variable statistique. Quel est son type ?
- 2) Quelles sont les différentes valeurs de la série ? Quelle est l'étendue de cette série ? Donner les effectifs partiels des différentes valeurs et l'effectif total de la série statistique.
- 3) Calculer les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées. Regrouper les résultats dans un tableau.
- 4) Représenter graphiquement la série statistique : donner le diagramme en bâtons, le polygone des fréquences, et le diagramme cumulatif.
- 5) Déterminer le mode M_o , la médiane M_e et les quartils Q_1, Q_2, Q_3 .
- 6) Calculer la moyenne \bar{x} , la variance s_x^2 .

Exercice 2 La fabrication des pièces dans un atelier mécanique donne lieu à un certain pourcentage de pièces rebutées.On a examiné 100 lots. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

<i>Nombre de pièces rebutées par lot</i>	<i>Nombre de lots correspondant</i>
1	2
2	9
3	14
4	20
5	18
6	15
7	9
8	6
9	4
10	2
11	1

- 1) Préciser la variable statistique. Quel est son type ?
- 2) Calculer les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées. Regrouper les résultats dans un tableau.

- 3) Représenter graphiquement la série statistique : donner le diagramme en bâtons, le polygone des fréquences, et la courbe des fréquences relatives cumulées.
- 4) Déterminer le mode M_o , et les quartils Q_1, Q_2, Q_3 .
- 5) Calculer la moyenne \bar{x} , la variance s_x^2 .

Exercice 3. On a mesuré la taille en centimètres de 40 élèves d'une classe. les résultats sont les suivants :

138, 164, 150, 132, 144, 125, 149, 157, 146, 158, 140, 147, 136, 148, 152, 144, 168, 126, 138, 176, 163, 119, 154, 165, 146, 173, 142, 147, 135, 153, 140, 135, 161, 145, 135, 142, 150, 156, 145, 128.

- 1) Préciser la variable statistique. Quel est son type ?
- 2) Quelle est l'étendue de l'échantillon et son effectif ?
- 3) Regrouper les données en 10 classes de même étendue. Dans un tableau préciser les extrémités des classes les centres des différentes classes , les effectifs de chaque classe les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées.
- 4) Représenter graphiquement la série statistique : donner l'histogramme , le polygone des fréquences, et la courbe des fréquences relatives cumulées.
- 5) Déterminer la classe modale, la médiane M_e et les quartils Q_1, Q_2, Q_3 .
- 6) Calculer la moyenne \bar{x} , la variance s_x^2 .

Exercice 4 Sur une route, on a relevé les intervalles de temps séparant l'arrivée de deux voitures successives. Les résultats sont regroupés en classes dans le tableau suivant :

<i>Intervalles entre 2 voitures successives (en secondes)</i>	<i>Nombre d'intervalles observés</i>
[0 , 2[11
[2 , 5[10
[5 , 10[14
[10 , 15[21
[15 , 20[12
[20 , 30[13
[30 , 45[7
[45 , 60[6
[60 , 80[6

- 1) Préciser la variable statistique. Quel est son type ? Donner l'effectif de l'échantillon.
- 2) Dans un tableau préciser les centres des différentes classes , les effectifs de chaque classe, les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées.
- 3) Représenter graphiquement la série statistique : donner l'histogramme , le polygone des fréquences, et la courbe des fréquences relatives cumulées.

- 4) Déterminer la classe modale, et les quartils Q_1, Q_2, Q_3 .
 5) Calculer la moyenne \bar{x} , la variance s_x^2 .

Solutions

Exercice 1

- 1) La variable statistique est le nombre d'accidents d'automobiles par jour. Elle est de type quantitatif discret.
 2) Les différentes valeurs de la série statistique sont 0, 1, 2, 3, 4. Son étendue est $w = x_{(50)} - x_{(1)} = 4 - 0 = 4$.

Notons n_i l'effectif partiel de la valeur i pour tout $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

On a $n_0 = 21, n_1 = 18, n_2 = 7, n_3 = 3$ et $n_4 = 1$. L'effectif total de la série statistique est $n = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 50$.

- 3) Notons f_i la fréquence relative et F_i la fréquence relative cumulée pour tout $i = 0, 1, 2, 3, 4$. On a $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=0}^i f_k$.

x_i	n_i	f_i	F_i
0	21	0.42	0.42
1	18	0.36	0.78
2	7	0.14	0.92
3	3	0.06	0.98
4	1	0.02	1

$$n = 50$$

- 4) Représentation graphique

5) Le mode M_o est la valeur de la série statistique la plus fréquente. Donc $M_o = 0$

La médiane $M_e = Q_2$ partage la série statistique classée par ordre croissant en deux séries de même effectif.

Si n est pair c'est à dire $n = 2p$, alors $M_e = Q_2 = \frac{x_{(p)} + x_{(p+1)}}{2}$.

Si n est impair c'est à dire $n = 2p + 1$, alors $M_e = Q_2 = x_{(p+1)}$.

Le quartil Q_1 représente la médiane de la première moitié de la série et le quartil Q_3 représente la médiane de la deuxième moitié de la série.

Ici $n = 50 = 2 * 25$, d'où $M_e = Q_2 = \frac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$,

$Q_1 = x_{(13)} = 0$ et $Q_3 = x_{(38)} = 1$.

6) La moyenne $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n n_i x_i = 0.9$

La variance $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^4 n_i (x_i - \bar{x})^2 = 0.97$.

Exercice 2

1) La variable statistique est le nombre de pièces rebutées par lot. Elle est de type quantitatif discret.

2) Notons f_i la fréquence relative et F_i la fréquence relative cumulée. On a $n = 100$, $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=1}^i f_k$.

x_i	n_i	f_i	F_i
1	2	0.02	0.02
2	9	0.09	0.11
3	14	0.14	0.25
4	20	0.20	0.45
5	18	0.18	0.63
6	15	0.15	0.78
7	9	0.09	0.87
8	6	0.06	0.93
9	4	0.04	0.97
10	2	0.02	0.99
11	1	0.01	1

$$n = 50$$

4) Le mode M_o est la valeur de la série statistique la plus fréquente. Donc $M_o = 4$

La médiane $M_e = Q_2$ partage la série statistique classée par ordre croissant en deux séries de même effectif.

Ici $n = 100 = 2 * 50$, d'où $M_e = Q_2 = \frac{x_{(50)} + x_{(51)}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$,

$$Q_1 = \frac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3.5 \quad , \quad \text{et} \quad Q_3 = \frac{x_{(75)} + x_{(76)}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6.$$

5) La moyenne $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 5$

La variance $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} n_i (x_i - \bar{x})^2 = 4.44.$

3) Représentation graphique

Exercice 3.

1) La variable statistique est la taille en centimètres des élèves d'une classe. Elle est de type quantitatif continu.

2) L'étendue de l'échantillon est $w = x_{(40)} - x_{(1)} = 176 - 119 = 57$.

L'effectif de l'échantillon est $n = 40$.

3) Pour regrouper les données en 10 classes de même étendue, l'idée directe qui vient à l'esprit est de diviser l'étendue de l'échantillon par 10. Soit une étendue commune de 5.7. Pour plus de commodité (éviter les virgules), on prendra 6 comme étendue commune et pour extrémité inférieure 118.

Notons n_i l'effectif partiel de la classe i , f_i et F_i la fréquence relative et la fréquence relative cumulée de la classe i . On a $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=1}^i f_k$ pour tout $i = 1, 2, \dots, 10$.

<i>Classes</i>	n_i	f_i	F_i
[118, 124[1	0.025	0.025
[124, 130[3	0.075	0.10
[130, 136[4	0.10	0.20
[136, 142[5	0.125	0.325
[142, 148[10	0.25	0.575
[148, 154[6	0.15	0.725
[154, 160[4	0.10	0.825
[160, 166[4	0.10	0.925
[166, 172[1	0.025	0.950
[172, 178[2	0.05	1

$$n = 40$$

4) Représentation graphique

5) La classe modale est la classe qui correspond au pic de l'histogramme. Elle est égale à $[142, 148[$. La médiane $M_e = Q_2$ est solution de $F(M_e) = 0.5$, les quartils Q_1 et Q_3 sont solutions de $F(Q_1) = 0.25$ et $F(Q_2) = 0.75$.

On détermine d'abord la classe qui contient le quartils en question, soit $Q_j \in [e_{i-1}, e_i[$, puis on utilise l'équation qui détermine Q_j . Soit $Q_j = e_{i-1} + (F(Q_j) - F_{i-1}) \frac{a_i}{f_i}$, où $F_{i-1} = F(e_{i-1})$ a_i et f_i sont respectivement l'étendue et la fréquence de la classe i .

On a :

$$F(136) = 0.20 \leq 0.25 \leq F(142) = 0.325 \Rightarrow Q_1 \in [136, 142[\Rightarrow$$

$$Q_1 = 136 + (0.25 - 0.20) \frac{6}{0.125} = 138.4$$

$$F(142) = 0.325 \leq 0.5 \leq F(148) = 0.575 \Rightarrow M_e \in [142, 148[\Rightarrow$$

$$M_e = Q_2 = 142 + (0.5 - 0.325) \frac{6}{0.25} = 146.2$$

$$F(154) = 0.725 \leq 0.75 \leq F(160) = 0.825 \Rightarrow Q_3 \in [154, 160[\Rightarrow$$

$$Q_3 = 154 + (0.75 - 0.725) \frac{6}{0.10} = 155.5$$

6) La moyenne $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} n_i x_i = 146.8$

La variance $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} n_i (x_i - \bar{x})^2 = 166.06$.

Exercice 4

1) La variable statistique est l'intervalle de temps séparant l'arrivée de deux voitures successives. Elle est de type quantitatif continu. L'effectif de l'échantillon est $n = 100$.

2) Notons n_i et C_i l'effectif partiel et le centre de la classe i , f_i et F_i la fréquence relative et la fréquence relative cumulée de la classe i . On a $C_i = \frac{e_{i-1} + e_i}{2}$, $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=1}^{10} f_k$. pour tout $i = 1, 2, \dots, 100$. l'effectif partiel de la classe i , f_i et F_i la fréquence relative et la fréquence relative cumulée de la classe i . On a $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=1}^{10} f_k$. pour tout $i = 1, 2, \dots, 100$.

Classes	n_i	C_i	f_i	F_i	$\frac{f_i}{a_i}$
$[0, 2[$	11	1	0.11	0.11	0.055
$[2, 5[$	10	3.5	0.10	0.21	0.033
$[5, 10[$	14	7.5	0.14	0.35	0.028
$[10, 15[$	21	12.5	0.21	0.56	0.042
$[15, 20[$	12	17.5	0.12	0.68	0.024
$[20, 30[$	13	25	0.13	0.81	0.013
$[30, 45[$	7	37.5	0.07	0.88	0.005
$[45, 60[$	6	52.5	0.06	0.94	0.004
$[60, 80[$	6	70	0.06	1	0.003
	100				

Sur une route, on a relevé les intervalles de temps séparant l'arrivée de deux voitures successives.

Les résultats sont regroupés en classes dans le tableau suivant :

- 1) Préciser la variable statistique. Quel est son type ? Donner l'effectif de l'échantillon.
- 2) Notons n_i l'effectif partiel de la classe i , f_i et F_i la fréquence relative et la fréquence relative cumulée de la classe i . On a $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $F_i = \sum_{k=1}^{10} f_k$ pour tout $i = 1, 2, \dots, 10$.

Dans un tableau préciser les centres des différentes classes, les effectifs de chaque classe, les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées.

- 3) Représenter graphiquement la série statistique : donner l'histogramme, le polygone des fréquences, et la courbe des fréquences relatives cumulées.
- 4) Déterminer la classe modale, et les quartils Q_1, Q_2, Q_3 .
- 5) Calculer la moyenne \bar{x} , la variance s_x^2 .

Bon courage



LIENS UTILES 🙌

Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

