Université Ibn Zohr, Faculté des sciences H.Douzi

Série N° 2 : Limite Continuité
SV1-STU1

Solution 1

a) $\lim_{x\to-\infty} x(x-3) = +\infty$

b) $\lim_{x\to-\infty} \left[-x^2(x+2)-1\right] = +\infty$

c) $\lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^3}\right) = -\infty$

d) $\lim_{x\to-\infty} -x^3\left(x+\frac{3}{x}\right) = -\infty$

Solution2

a) $\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x}+2\right)(x^2-1) = -\infty$

b) $\lim_{x\to1^-}\frac{(3-2x)^3}{1-x} = +\infty$

c) $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4x+4}{x-2} = 0$

d) $\lim_{x\to3^-}\frac{-4x}{x^2-9} = +\infty$

Solution 3

a) $\lim_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5-\frac{1}{x}\right) = 5$

b) $\lim_{x\to+\infty} f_2(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+\sin x}{x}\right) = \boxed{2}\left(car \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x} = 0\right)$

c) $\lim_{x\to+\infty} f_3(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{x+5}-x}{\sqrt{x^2}-x}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x\left(\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}-1\right)}{x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}\right)$

$= \boxed{-1}$

d) $\lim_{x\to+\infty} f_4(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}-x\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x+3}{\sqrt{x^2+4x+3}+x}\right)$ (*multiplication par entité conjuguée*)

$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4+\frac{3}{x}}{\sqrt{1+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}+1}\right) = \boxed{2}$

Solution 4

On considère l'équation équivalente $f(x) = x^{17} - x^{11} - 1 = 0$ on a bien sûr f une fonction continue
Pour x=0 on a f(x)=-1<0 et pour x=2 on f(x)=129023>0 donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires la fonction f doit posséder une racine dans l'intervalle [0,2] qui correspond à la solution de l'équation.

Solution 5
On considère la fonction $h(x)=f(x)-g(x)$ alors h est une fonction continue qui vérifie :
$h(1)=f(1)-g(1)=1$ et $h(0)=f(0)-g(0)=-1$ donc h admet une racine x sur l'intervalle $[0,1]$ qui vérifie $h(x)=0$ c'est-à-dire $f(x)=g(x)$

Bon courage

LIENS UTILES ☝

Visiter :

1. https://biologie-maroc.com
   - Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. https://biologie-maroc.com/shop/
   - Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
   - Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
   - Trouver des bourses et des écoles privées

3. https://biologie-maroc.com/emploi/
   - Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
   - Trouver des offres d'emploi et de stage