Bon courage

LIENS UTILES ☝

Visiter :

1. https://biologie-maroc.com
   - Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. https://biologie-maroc.com/shop/
   - Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
   - Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
   - Trouver des bourses et des écoles privées

3. https://biologie-maroc.com/emploi/
   - Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
   - Trouver des offres d'emploi et de stage

UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
AGADIR

جامعة ابن زهر
كليـــــــة العلـــــــوم
أكاديـــر

FILIÈRE : SV1 – STU1

ÉLÉMENT DE MODULE : PHYSIQUE 1

RECEUIL DE SUJETS D'EXAMENS AVEC SOLUTIONS

Par
Kamal MAHDOUK

Faculté des Sciences – Université Ibn Zohr – B.P. 8106 Hay Dakhla, Agadir Maroc
☎ : (212) 028-22-09-57 ; Fax : (212) 028–22–01-00

EPREUVE DE PHYSIQUE
Contrôle n°2 du 21 décembre 2006
Durée : 2 heures

PARTIE 1 : MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

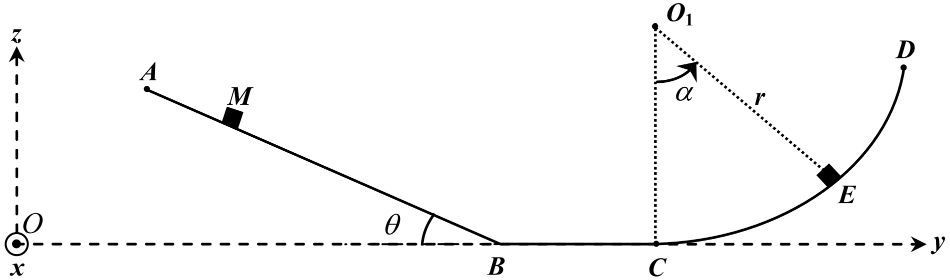
Un petit cube M de masse m, de dimensions négligeables, glisse sans frottement sur une piste formée de trois parties :

AB : partie rectiligne de longueur L formant un angle θ avec l'horizontale ;

BC : partie rectiligne horizontale de longueur L' ;

CD : partie circulaire de centre O_1 et de rayon r constant.

Le mouvement est étudié par rapport au référentiel du laboratoire $R(O\,;x,\ y,\ z)$ supposé galiléen dans lequel l'accélération de la pesanteur est g. À l'instant $t=0$, le mobile M est abandonné sans vitesse en A.



1) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique déterminer, en fonction de g, L et θ, l'expression de la vitesse :

a) V_B du mobile au point B.

b) V_C du mobile au point C.

2) Soit E un point situé entre C et D, repéré par l'angle variable $\alpha = \widehat{CO_1E}$. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, trouver l'expression, en fonction de g, L, r, α et θ, de la vitesse V_E du mobile au point E.

3) Trouver la valeur α_{max} de l'angle α pour laquelle la vitesse V_E du mobile est nulle.

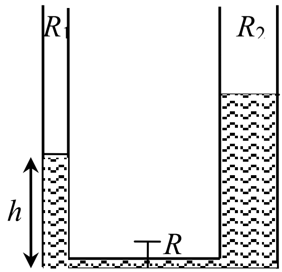
PARTIE 2 : MÉCANIQUE DES FLUIDES

Deux récipients R_1 et R_2 de sections respectives $S_1 = S$ et $S_2 = 2S$ sont reliés par un tube (de section négligeable) comprenant un robinet R. Les bases de R_1 et R_2 sont situés dans un même plan horizontal (Figure ci-dessous).

1) Le robinet R est fermé. On verse du mercure, liquide incompressible de masse volumique ρ_{Hg} , dans le récipient R_1, jusqu'à une hauteur $h_1 = h$. Du mercure est également versé dans R_2 jusqu'à une hauteur $h_2 = \frac{3}{2} h$.

a) Exprimer en fonction de h les déplacements x_1 et x_2 des surfaces libres de R_1 et R_2, après avoir ouvert le robinet R.

b) Comment interpréter le fait que les surfaces libres de R_1 et R_2 sont sur un même plan horizontal ?



2) Une hauteur h' d'eau de masse volumique ρ_{eau} est en suite versée dans R_1 (l'eau et le mercure sont deux liquides non miscibles).

a) Déterminer à l'équilibre l'expression du déplacement y_2 du niveau du mercure dans R_2 en fonction de h', ρ_{eau} et ρ_{Hg}.

b) Exprimer en fonction de h', ρ_{eau} et ρ_{Hg} la dénivellation D entre les deux surfaces libres de R_1 et R_2.

3) La hauteur du mercure dans le récipient R_2 étant égale à H. On ferme le robinet R et on réalise à la base du récipient R_2 un orifice circulaire de section s très petite devant la section S_2 ($s << S_2$) de R_2. Le mercure s'écoule dans l'atmosphère sous l'action de la pesanteur avec une vitesse V. Le mercure sera considéré comme un liquide incompressible en écoulement permanent.

a) Comparer la vitesse V_2 de déplacement du mercure au niveau de la section libre S_2 et sa vitesse V d'écoulement par l'orifice de section s.

b) En appliquant le théorème de Bernoulli trouver l'expression de la vitesse V en fonction de g et H.

PARTIE 3 : PHYSIQUE NUCLÉAIRE

Le polonium ${}^{210}_{84}Po$ est un isotope radioactif qui se désintègre en émettant des particules α. L'élément fils est le plomb (${}^{A}_{Z}Pb$).

1) **a)** Écrire l'équation de désintégration.

b) Rappeler les lois qu'il faut respecter pour cette écriture et en déduire les valeurs de A et de Z.

On dispose à l'instant $t=0$ de N_0 noyaux ${}^{210}_{84}Po$ dont la constante de désintégration est égale à λ.

2) **a)** Définir l'activité d'un noyau radioactif.

b) Écrire l'expression de l'activité A(t) du ${}^{210}_{84}Po$ à un instant t quelconque, en fonction de N_0, λ et t.

c) Écrire l'expression du nombre de noyaux ${}^{A}_{Z}Pb$ qui se sont formés entre l'instant initial ($t=0$) et un instant t quelconque.

3) La période du polonium ${}^{210}_{84}Po$ est $T= 138\ jours$.

a) Que signifie cette affirmation ?

b) Calculer la constante de désintégration λ du polonium.

c) On dispose d'un échantillon de polonium de masse initiale $m_0=8\ g$. Calculer le temps t au bout duquel cet échantillon aura perdu $\frac{7}{8}$ de sa masse initiale.

EPREUVE DE PHYSIQUE
Session de rattrapage du 21 Février 2007
Durée : 2 heures

PARTIE 1 : MÉCANIQUE DES FLUIDES

I) Théorème d'Archimède

Soit un réservoir cylindrique de section S et de hauteur H, rempli d'un métal de masse volumique $\rho_{métal}$ jusqu'à la cote z variable (Figure 1). L'autre partie du volume du réservoir, de hauteur H-z, est remplie d'air. On immerge complètement ce réservoir dans de l'eau de masse volumique ρ_{eau}. Nous supposerons que la paroi et la partie du réservoir contenant l'air sont de poids négligeables.

1) Rappeler l'expression générale de l'intensité de la poussée d'Archimède subie par un corps de volume V_{corps} immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide}.

2) **a)** Faire le bilan des forces exercées sur le réservoir.
b) Donner l'expression vectorielle de ces forces.
c) Représentez ces forces, sur un schéma, en indiquant leurs points d'applications.

3) Établir, en fonction de $\rho_{métal}$, ρ_{eau}, et H, l'expression de la hauteur z du métal pour laquelle le réservoir reste en équilibre dans l'eau.

4) Quelle condition doit satisfaire z pour que :
a) Le réservoir se déplace vers le bas.
b) Le réservoir se déplace vers le haut.

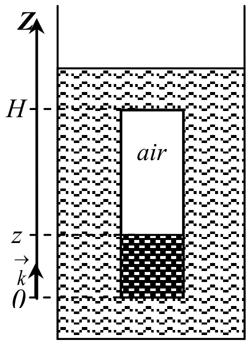


Figure 1

II) Phénomène de Venturi

On considère un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ. Ce fluide est en écoulement permanent dans un tube horizontal de sections différentes S_1 et S_2 (Figure 2). On suppose que les vitesses v_1 et v_2 sur les sections respectives S_1 et S_2 sont uniformes. Les pressions au centre des sections S_1 et S_2 sont respectivement égales à p_1 et p_2.

1) Comparer les valeurs des vitesses v_1 et v_2.

2) En appliquant le théorème de Bernoulli, sur une ligne de courant de cote $z=0$ (axe du tube

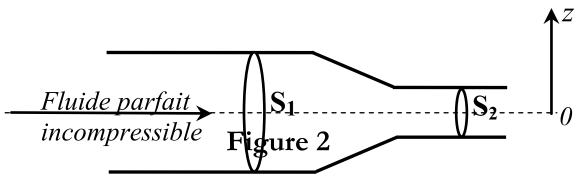


Figure 2

horizontal), comparer les valeurs des pressions p_1 et p_2.

3) Établir les expressions des vitesses v_1 et v_2 en fonction de ρ, S_1, S_2 et de la différence de pression (p_1-p_2).

4) En déduire l'expression du débit volumique Q_v en fonction de ρ, S_1, S_2 et de la différence de pression (p_1-p_2).

PARTIE 2 : THERMODYNAMIQUE

1) Écrire le premier principe de la thermodynamique pour un système isolé. Justifier votre réponse.

2) ***Application :*** Dans un calorimètre, parfaitement isolé, à la température $T_C=20°C$, on verse une masse d'eau $m_e=100g$ à la température $T_e=30,5°C$. La température d'équilibre est $T_F=30°C$.

a) Calculer la capacité calorifique μ du calorimètre.

b) Immédiatement après, on verse dans le calorimètre une masse m_g de glace à la température $T_g=-12°C$. Après avoir agité, la température finale du mélange s'équilibre à $T'_F=-2°C$. En supposant que la capacité calorifique μ du calorimètre est négligeable, calculer la masse m_g de glace ajoutée.

On donne : $c_{eau} = 2\, c_{glace} = 1\ Cal\ g^{-1}\ °C^{-1}$: *chaleur massique de l'eau ;*
$L = 80\ Cal\ g^{-1}$: chaleur *latente massique de fusion de la glace.*

PARTIE 3 : PHYSIQUE NUCLÉAIRE

Le potassium ${}^{40}_{19}K$ est un isotope radioactif β^+. Il se désintègre pour donner de l'argon ${}^{A}_{Z}Ar$.

1) **a)** Écrire l'équation de désintégration.
b) Rappeler les lois qu'il faut respecter pour cette écriture et en déduire les valeurs de A et de Z.

2) La période de désintégration du nucléide ${}^{40}_{19}K$ est T= 1,5.10^9 *ans.*
a) Que signifie cette affirmation ?
b) Calculer la constante de désintégration λ du potassium.
c) On dispose d'un échantillon de potassium de masse initiale $m_0=4\ g$. Calculer le temps t au bout duquel cet échantillon aura perdu le quart de sa masse initiale.

3) On dispose à l'instant $t=0$ de N_0 noyaux ${}^{40}_{19}K$.
a) Écrire l'expression du nombre, N(t), de noyaux ${}^{40}_{19}K$ présents à un instant t quelconque.
b) Écrire l'expression du nombre, N'(t), de noyaux ${}^{A}_{Z}Ar$ qui se sont formés entre l'instant initial ($t=0$) et un instant t quelconque.

EPREUVE DE PHYSIQUE
Session normale du 14 Janvier 2008
Durée : 3 heures

PARTIE 1 : MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

Dans le plan *Oxy*, un point matériel *M* se déplace sur un cercle de centre *O* et de rayon *R* avec une vitesse angulaire variable ω (Figure 1). A l'instant *t*, la position de *M* est repérée par l'angle $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$. Le mouvement de *M* sur le cercle est uniformément accéléré.

1) a) Écrire, dans la base des coordonnées polaires $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$, l'expression du vecteur *position* $\vec{OM}$.

b) Exprimer les vecteurs $\vec{e_r}$ et $\vec{e_\theta}$ dans la base cartésienne $(\vec{i}, \vec{j})$.

c) En déduire les expressions des vecteurs $\dfrac{d\vec{e_r}}{d\theta}$ et $\dfrac{d\vec{e_\theta}}{d\theta}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

2) Établir, dans la base $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$, les expressions :

a) du vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ du point matériel *M*.

b) du vecteur accélération $\vec{a}(M)$ du point matériel *M*.

c) Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}(M)$ peut s'écrire sous la forme : $\vec{a}(M) = \dfrac{dV}{dt}\vec{e_\theta} - \dfrac{V^2}{R}\vec{e_r}$.

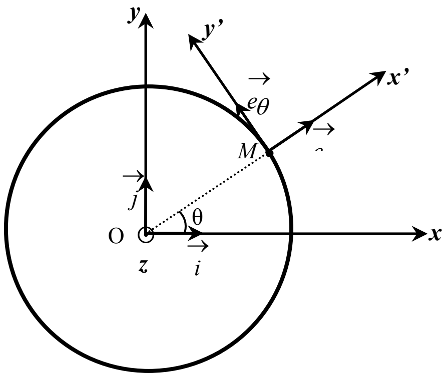


Figure 1

3) Le plan Oxy appartient à un référentiel fixe R(O; x, y, z) galiléen. Considérons le référentiel relatif R'(M; x', y',z') lié au point M (figure ci-contre).

a) Le référentiel R' est il galiléen ? Justifier votre réponse.

b) Donner l'expression de la vitesse relative $\vec{V_r}(M)$ du point *M* dans le référentiel R*'*.

c) Établir l'expression du vecteur vitesse d'entraînement $\vec{V_e}$ (R'/R).

d) Écrire la lois de composition des vitesses et déduire l'expression de la vitesse du point M par rapport au référentiel fixe R.

PARTIE 2 : MÉCANIQUE DES FLUIDES

Deux récipients cylindriques A et B, reposant sur un sol horizontal, communiquent par un tuyau cylindrique fin (de volume négligeable) muni d'un robinet R (Figure 2). Les sections des récipients sont respectivement $S_A=50cm^2$ et $S_B=15cm^2$.

1) Le robinet étant fermé, on verse dans chaque récipient un volume V=0,75*litres* d'un fluide de masse volumique $\rho_{fluide}=1{,}6.10^3\ kg/m^3$.

a) Rappeler l'expression de l'équation fondamentale de la statique des fluides.

b) Etablir l'expression de la différence de pression entre deux points M et N, d'un fluide incompressible, de cotes respectives z_M et z_N ($z_N < z_M$).

c) Calculer la hauteur, h_A et h_B, des colonnes de fluide dans les récipients A et B.

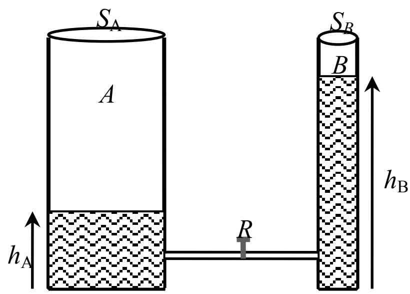


Figure 2

d) Calculer la pression au niveau du fond de chacun des récipients A et B.

2) On ouvre le robinet R.

a) Que se passe-t-il et pourquoi ?

b) Calculer les déplacements x_A et x_B des niveaux du fluide dans les récipients A et B respectivement.

c) Calculer les pressions au niveau du fond de chaque récipient.

3) On verse ensuite 2 *litres* d'une huile de masse volumique $\rho_{huile}=0{,}6.10^3\ kg/m^3$ dans le récipient A. Calculer à l'équilibre :

a) le déplacement y_B du niveau du fluide dans le récipient B,

b) la dénivellation entre les deux surfaces libres dans les récipients A et B.

4) Après avoir complètement vidé les deux récipients, on ferme le robinet R et on rempli le récipient A avec le fluide (de masse volumique $\rho_{fluide}=1{,}6.10^3\ kg/m^3$) jusqu'à une hauteur de 70*cm* au dessus du sol. Par la suite, on pratique un trou de section $s=0{,}1cm^2$ en un point M, de la paroi verticale du récipient A, situé à 30*cm* au dessus du sol. Le liquide s'écoule alors sous l'effet de son poids avec une vitesse v. En considérant que les fluides sont parfaits et incompressibles et que l'écoulement est permanent :

a) Écrire l'expression du théorème de Bernoulli appliqué entre un point A de la surface libre et un point M constituant le trou.
b) En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement *v*.
c) Calculer le débit d'écoulement en m^3/s puis en ℓ/h.

PARTIE 3 : RADIOACTIVITÉ

Considérons la désintégration en chaîne suivante :

$$ {}^{A_1}_{Z_1}X_1 \xrightarrow{\lambda_1} {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \xrightarrow{\lambda_2} {}^{A_3}_{Z_3}X_3 \ (stable) $$

λ_1 et λ_2 étant les constantes de désintégration radioactives respectives des noyaux ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ et ${}^{A_2}_{Z_2}X_2$.

Les nombres de radionucléides ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$, ${}^{A_2}_{Z_2}X_2$, ${}^{A_3}_{Z_3}X_3$ présents à un instant t sont respectivement égaux à $N_1(t)$, $N_2(t)$ et $N_3(t)$.

1) Pendant une durée *dt*, les quantités $N_1(t)$, $N_2(t)$ et $N_3(t)$ subissent, respectivement, des variations égales à $dN_1(t)$, $dN_2(t)$ et $dN_3(t)$.

a) Définir la constante de désintégration λ d'un radionucléide ${}^{A}_{Z}X$.
b) Donner les expressions de $dN_1(t)$, $dN_2(t)$ et $dN_3(t)$.
c) Donner l'expression de $N_1(t)$. On notera N_{01} le nombre de noyaux ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ présents à t=0.
d) Donner l'expression de l'activité, $A_1(t)$, de la source radioactive ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$. Que représente $A_1(t)$?

2) **a)** Le radionucléide ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ se désintègre en émettant des particules α. Trouver les valeurs de A_1 et Z_2 sachant que $Z_1=88$ et $A_2=222$.
b) Le radionucléide ${}^{A_2}_{Z_2}X_2$ est radioactif β^+. Écrire l'équation de désintégration et trouver les valeurs de A_3 et de Z_3.

3) A t=0, la masse initiale de la source ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ est $m_{01} = 3$ mg.

a) Calculer le nombre N_{01} de noyaux initialement contenus dans la source ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$.

b) Calculer l'activité initiale A_{01} de la source ${}_{Z_1}^{A_1}X_1$.

c) Au bout de combien de temps la source ${}_{Z_1}^{A_1}X_1$ aura perdu les $\frac{2}{3}$ de sa masse ? Calculer l'activité $A_1(t)$ de la source ${}_{Z_1}^{A_1}X_1$ à cet instant.

On donne :

La masse molaire : $M({}_{Z_1}^{A_1}X_1) = A_1\ g.mol^{-1}$

Le nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$.

La période radioactive de ${}_{Z_1}^{A_1}X_1$: $T_1 = 1620$ ans.

SOLUTION DU CONTRÔLE N°2 DU 21 DÉCEMBRE 2006

Exercice1 :

1) **a)** le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W(\vec{P}) \qquad \text{car seul le poids travaille.}$$

Or : $W(\vec{P}) = Ep_1 - Ep_2 = mgz_A = mgL\sin\theta$ car le poids est une force conservative

Donc : $$\frac{1}{2} m V_B^2 = mgL\sin\theta \qquad \Rightarrow \qquad V_B = \sqrt{2gL\sin\theta}$$

b) le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les points B et C s'écrit : $\frac{1}{2} mV_C^2 - \frac{1}{2} mV_B^2 = 0$ car le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ sont normales au déplacement.

Donc : $$V_C^2 = V_B^2 \qquad \Rightarrow \qquad V_C = \sqrt{2gL\sin\theta}$$

2) le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les points C et E s'écrit :

$$\frac{1}{2} m V_E^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = W(\vec{P}) = Ep(C) - Ep(E)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m V_E^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = -mgz_E = -mgr(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \qquad V_E = \sqrt{2g\left[L\sin\theta - r(1-\cos\alpha)\right]}$$

3) La vitesse du mobile devient nulle lorsque :

$$L\sin\theta = r(1-\cos\alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_{\max} = 1 - \frac{L}{r}\sin\theta$$

Exercice2 :

1) **a)** Les déplacements x_1 et x_2 des deux surfaces libres sont tel que :

$S_1x_1 = S_2x_2$ (invariance du volume du liquide déplacé)

$h_1 + x_1 = h_2 - x_2$ *ou bien* $h_2 - h_1 = x_1 + x_2$ (dénivellation) donc :

$$x_1(1+\frac{S_1}{S_2})=h_2-h_1 \quad \Rightarrow \quad x_1=S_2\frac{h_2-h_1}{S_1+S_2} \quad et \quad x_2=S_1\frac{h_2-h_1}{S_1+S_2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1=\frac{h}{3} \quad et \quad x_2=\frac{h}{6}$$

b) L'équation de la statique des fluides appliquée à un fluide incompressible s'écrit : $P + \rho gz = Cte.$

En appliquant cette relation aux surfaces libres des 2 récipients on obtient :

$$P_1 + \rho gz_1 = P_2 + \rho gz_2 = Cte.$$

Or, les pressions au niveau des 2 surfaces libres du fluide sont identiques ($P_1 = P_2 = P_{atmosphérique}$) :

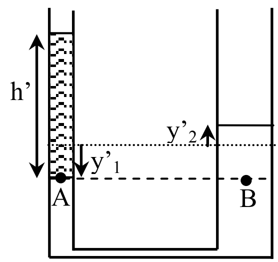
donc : $z_1 = z_2$ (les deux surfaces libres sont sur un même plan horizontal)

2) **a)** la loi de la statique des fluides incompressibles appliquée aux pts A et B s'écrit :

$P_A = P_{atm} + \rho_{eau}gh'$ et $P_B = P_{atm} + \rho_{Hg}g(y'_1+y'_2)$

Or $P_A = P_B$ et $S_1\, y'_1 = S_2\, y'_2 \Leftrightarrow y'_1 = 2\, y'_2$

donc : $$y'_2=\frac{\rho_{eau}}{3\rho_{Hg}}h'$$



b) La dénivellation D est donnée soit par :

$$D = h' - (y'_1 + y'_2)$$

ou encore : $P_{atm} + \rho_{eau}gh' = P_{atm} + \rho_{Hg}g(h'-D)$

donc : $$D=h'(1-\frac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}})$$

3) **a)** l'écoulement étant permanent donc le débit massique se conserve ($\rho SV=Cte$). Et puisque le liquide est incompressible alors sa masse volumique est constante. On obtient ainsi :

$S_2V_2 = sV$ (le débit volumique est constant)

Or : $s \ll S_2$

alors : $V_2 \ll V$

b) Le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$P_A + \rho_{Hg}gz_A+\frac{1}{2}\rho_{Hg}V_2^2 = P_B + \rho_{Hg}gz_B+\frac{1}{2}\rho_{Hg}V^2$$

Or : $P_A = P_B = P_{atm} \quad \Rightarrow \quad V^2-V_2^2 = 2g(z_A-z_B)$

Puisque : $V_2 << V$ alors : $V^2 = 2g(z_A - z_B) = 2gH$

Soit : $V = \sqrt{2gH}$

***Exercice3* :**

1) a) ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{A}_{Z}Pb + {}^{4}_{2}\alpha$

b) - 1^{ière} loi : loi de conservation du nombre total de nucléons :

210 = A + 4 soit A = 208

- 2nd loi : loi de conservation de la charge total :

84 = Z + 2 soit Z = 82

2) a) L'activité (d'un radionucléide) est le nombre de désintégration par seconde.

b) $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

c) $N(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

3) a) La période T est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents est réduit de moitié.

b) $\lambda = \dfrac{Ln2}{T}$ A.N. : $\lambda = \dfrac{Ln2}{138 \times 24 \times 3600} = 5{,}812.10^{-8}\ s^{-1}$

c) à l'instant t qu'on cherche à déterminer, la masse de l'échantillon (restante) est : m(t) = 1g

Or : $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

Donc : $t = \dfrac{1}{\lambda} Ln \dfrac{m_0}{m(t)}$ A.N : t=414 jours

(t=3T $\Rightarrow$ masse est réduite de $\dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$)

Solution
Session de rattrapage ; SV1 – STU1 (21/2/2007)

SOLUTION DE L' EPREUVE DE LA SESSION NORMALE DU 14 JANVIER 2008

I) MÉCANIQUE DU POINT

1) **a)** $\vec{OM} = R\,\vec{e_r}$

b) $\vec{e_r} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$

$\vec{e_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$

c) $\dfrac{d\vec{e_r}}{d\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$ et $\dfrac{d\vec{e_\theta}}{d\theta} = -\cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{j}$

donc : $\dfrac{d\vec{e_r}}{d\theta} = \vec{e_\theta}$ et $\dfrac{d\vec{e_\theta}}{d\theta} = -\vec{e_r}$

2) **a)** $\vec{V}(M) = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = R\dfrac{d\vec{e_r}}{dt} = R\dfrac{d\vec{e_r}}{d\theta}\dfrac{d\theta}{dt} \Rightarrow \vec{V}(M) = R\omega\vec{e_\theta}$

b) $\vec{a}(M) = \dfrac{d\vec{V}(M)}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt}\vec{e_\theta} + R\omega\dfrac{d\vec{e_\theta}}{dt} \Rightarrow \vec{a}(M) = R\dfrac{d\omega}{dt}\vec{e_\theta} - R\omega^2\,\vec{e_r}$

(ou bien : $\vec{a}(M) = R\,\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - R\,\dot{\theta}^2\,\vec{e_r}$)

c) On a : $V(M) = R\omega \Rightarrow \omega = \dfrac{V}{R}$

donc $\vec{a}(M) = \dfrac{dV}{dt}\vec{e_\theta} - \dfrac{V^2}{R}\vec{e_r}$

3) **a)** Le référentiel R' n'est pas galiléen car il est animé d'un mouvement de rotation par rapport à R. (pour que R' soit galiléen il faut que son mouvement par rapport à R soit un mouvement de translation rectiligne et uniforme).

b) $\vec{V_r}(M) = 0$ en effet M appartient à R'

c) $\vec{V_e}(R'/R) = \left.\dfrac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R + \omega(R'/R) \wedge \vec{MM}$

$$\vec{V_e}(R'/R) = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R \quad \Leftrightarrow \quad \vec{V_e}(R'/R) = R\omega\vec{e_\theta}$$

d) la loi de composition des vitesses

s'écrit : $\vec{V_a}(M/R) = \vec{V_r}(M/R') + \vec{V_e}(R'/R)$

puisque $\vec{V_r}(M) = 0$ alors

$$\vec{V_a}(M/R) = \vec{V_e}(R'/R) = R\omega\,\vec{e_\theta}$$

II) MÉCANIQUE DES FLUIDES

1) **a)** $dp = -\rho g dz$

b) Puisque le fluide est incompressible alors : $\rho = \rho_0 = Cte$

Ainsi : $$\int_N^M dp = -\rho_0 g \int_N^M dz$$

$$\Rightarrow \quad p(N) - p(M) = \rho_0 g (Z_M - Z_N)$$

c) On : $h_A = \frac{V_A}{S_A}$ A.N.: $h_A = \frac{0{,}75.10^{-3}\ m^3}{50.10^{-4}\ m^2} = 0{,}15\ m\ \ (soit\ 15\ cm)$

$h_B = \frac{V_B}{S_B}$ A.N.: $h_B = \frac{0{,}75.10^{-3}\ m^3}{15.10^{-4}\ m^2} = 0{,}5\ m\ \ (soit\ 50\ cm)$

d) - Soit A un point appartenant au fond du récipient A. L'équation fondamentale de la statique des fluides appliquée entre le point A et un point de la surface libre (en contact avec l'atmosphère) s'écrit :

$p(A) - p_{atm} = \rho g h_A$ soit $p(A) = p_{atm} + \rho g h_A$

A.N. : $p(A) = 10^5\ Pa + 1{,}6\ 10^3\ .\ 9{,}8\ .0{,}15$ soit $p(A) = 1{,}2352\ 10^5\ Pa$

- De la même manière : $p(B) = p_{atm} + \rho g h_B$

A.N. : $p(B) = 10^5\ Pa + 1{,}6\ 10^3\ .\ 9{,}8\ .0{,}5$ soit $p(B) = 1{,}784\ 10^5\ Pa$

2) On ouvre le robinet :

a) Le niveau du fluide baisse dans le récipient B et monte dans le récipient A de telle sorte que *les surfaces libres dans les 2 récipients soient dans le même plan horizontal*.

En effet la pression est identique au niveau des surfaces libres (=P_{atm}) et les récipients A et B reposent sur le même plan horizontal. L'équation fondamentale de la statique des fluides nous impose dans ce cas que les colonnes du fluides aient la même hauteurs dans les récipients A et B.

b) On a :

$x_A S_A = x_B S_B$ (invariance du volume déplacé)

et $h_B - h_A = x_A + x_B$ (dénivellation)

Soit : $$x_B = x_A \frac{S_A}{S_B}$$

et $$x_A(1+\frac{S_A}{S_B}) = h_B - h_A$$

A.N. : x_A = (50 – 15)15/65 cm = 8,08 cm

et x_B = 26,92 cm.

c) Si A est un point appartenant au fond du récipient A, alors :

$p(A) = p_{atm} + \rho g H$ avec : $H = h_A + x_A = h_B - x_B = 23{,}08$ cm

A.N. : $p(A) = 10^5$ Pa + 1,6 10^3 . 9,8 .0,2308 soit $p(A) = 1{,}3619\ 10^5$ Pa

- De la même manière :

$p(B) = p_{atm} + \rho g H$

A.N. : $p(B) = 10^5$ Pa + 1,6 10^3 . 9,8 .0,2308 soit $p(B) = 1{,}3619\ 10^5$ Pa

3) **a)** On a : $y_A S_A = y_B S_B$

et $\rho_{huile}\, g\, h_{huile} = \rho_{fluide}\, g\, (y_A + y_B)$.

donc : $$y_B(1+\frac{S_B}{S_A}) = \frac{\rho_{huile}}{\rho_{fluide}}\frac{V_{huile}}{S_A} \Rightarrow y_B = \frac{\rho_{huile}}{\rho_{fluide}}\frac{V_{huile}}{S_A}\frac{S_A}{S_A+S_B}$$

A.N. : $y_B = 11{,}54\ cm$

b) La dénivellation est : $D = h_{huile} - (y_A + y_B)$

$$D = h_{huile}(1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{fluide}})$$

A.N. : D = $$D = \frac{2.10^{-3}}{50.10^{-4}}(1-\frac{0{,}6}{1{,}6}) = 25\,cm$$

4) **a)** $$p_A + \rho_f g z_A + \frac{1}{2}\rho_f V_A^2 = p_M + \rho_f g z_M + \frac{1}{2}\rho_f v^2$$

soit : $$p_M - p_A = \rho_f g(z_A - z_M) + \frac{1}{2}\rho_f(V_A^2 - v^2)$$

b) On a : $$p_M = p_A = p_{atm}$$

donc : $$v^2 - V_A^2 - = 2g(z_A - z_M)$$

Puisque le fluide incompressible est en <u>écoulement permanent</u> alors <u>le débit volumique se conserve</u>.

ainsi : $$V_A S_A = v\ s$$

Or $S_A >> s \quad alors \quad V_A << v$

donc : $$v = \sqrt{2g(z_A - z_M)}$$

A.N. : *v = 2,8 m.s^{-1}*

c) le débit volumique est : $Q = v.s$

A.N. : $Q = 2,8.10^{-5}\ m^3/s$

Soit $Q = 100,8\ l/h$

III) RADIOACTIVITE

1) a) la constante radioactive (ou constante de désintégration) **λ** est la probabilité de désintégration d'un noyau radioactif par unité de temps.

b) $dN_1 = -\lambda_1 N_1\,dt$

$dN_2 = -\lambda_2 N_2\,dt + \lambda_1 N_1\,dt$

$dN_3 = \lambda_2 N_2\,dt$

c) $N_1(t) = N_{01} e^{-\lambda_1 t}$

d) $A_1(t) = \lambda_1 N_{01}\, e^{-\lambda_1 t}$

Elle représente le nombre de noyaux ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ qui se sont désintégrés par unité de temps (par seconde).

2) a) $${}^{A_1}_{Z_1}X_1 \rightarrow {}^{A_2}_{Z_2}X_2 + {}^{4}_{2}He$$

donc : $A_1 = A_2 + 4$ et $Z_1 = Z_2 + 2$

Soit : $A_1 = 226$ et $Z_2 = 86$

b) $${}^{222}_{86}X_2 \rightarrow {}^{222}_{85}X_3 + {}^{0}_{1}e + \nu$$

3) **a)** $N_{01} = \dfrac{m_{01}}{M({}^{A_1}_{Z_1}X_1)} \mathrm{N}_A$

A.N. : $N_{01} = 7{,}99.\,10^{18}\ noyaux$

b) $A_{01} = \lambda_1 \mathrm{N}_{01} \Leftrightarrow A_{01} = \dfrac{Ln2}{T_1} \mathrm{N}_{01}$

A.N. : $A_{01} = 1{,}084.\,10^{8}\ Bq\ \ ou\ \ désitégrat\ ion / s$

c) On a : $m_1(t) = m_{01} e^{-\lambda_1 t} \Rightarrow t = \dfrac{1}{\lambda_1} Ln \dfrac{m_{01}}{m(t)}$

Or à l'instant t que l'on cherche à déterminer la masse de la source ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ est :

$$m(t) = m_{01} - \frac{2}{3} m_{01} \quad \Leftrightarrow \quad m(t) = \frac{1}{3} m_{01}$$

Ainsi : $t = \dfrac{1}{\lambda_1} Ln3 \Rightarrow t = \dfrac{T_1}{Ln2} Ln3$

A.N. : t = $8{,}097.10^{10}$ s (soit : t = 2567,64 ans)

A cet instant l'activité de la source ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$ est : $A_1(t) = A_{01} e^{-\lambda_1 t}$

A.N. : $A_1(t) = 0{,}361.10^{8}\ Bq$