

# Hydrogéologie

STU S5



## Shop

- Cahiers de Biologie + Lexique
- Accessoires de Biologie



## Etudier

Visiter [Biologie Maroc](http://www.biologie-maroc.com) pour étudier et passer des QUIZ et QCM en ligne et Télécharger TD, TP et Examens résolus.



## Emploi

- CV • Lettres de motivation • Demandes...
- Offres d'emploi
- Offres de stage & PFE

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/340887103>

# Cours de modélisation hydrogéologique

Book · April 2020

---

CITATIONS

0

READS

3,076

1 author:



Farès Kessasra

University of Jijel

17 PUBLICATIONS 13 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Hydrogeological and hydrogeochemical modeling of the alluvial aquifer of the Soummam Valley, North of Algeria [View project](#)



The use of digital tools (including numerical groundwater modelling) for groundwater resource management in African countries [View project](#)



UNIVERSITE DE JIJEL

**C o u r s**  
Modélisation Hydrogéologique  
Master 1 Hydrogéologie

**Farès KESSASRA**  
Maître de Conférences

24 avril 2020

---

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Notions et principe de modélisation</b>	<b>6</b>
2.1	Définitions et généralités . . . . .	6
2.2	Typologie des modèles . . . . .	9
2.2.1	Modèles d'échelle physique . . . . .	9
2.2.2	Modèles mathématiques de simulation . . . . .	9
2.2.3	Modèles globaux ou semi-globaux . . . . .	10
2.3	Notions de systèmes et de simulation . . . . .	11
2.3.1	Notions de systèmes . . . . .	11
2.3.2	Notions de simulation . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Modèles en ressources en eau</b>	<b>14</b>
3.1	Modèles en hydrologie : Modèle pluie-débit . . . . .	14
3.1.1	Généralités . . . . .	14
3.1.2	Typologies des modèles hydrologiques . . . . .	16
3.1.3	Modélisation hydrologique globale : GR . . . . .	16
3.1.4	Modélisation hydrologique semi-distribuée : TOPMODEL . . . . .	18
3.1.5	Performances des modèles . . . . .	19
3.2	Modèles en hydrogéologie . . . . .	20
3.2.1	Equation de diffusivité . . . . .	21
3.2.2	Equation d'écoulement en milieu non-saturé . . . . .	25
3.2.3	Equation d'écoulement en milieu saturé . . . . .	26
3.2.4	Equation de dispersion à deux dimensions . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Résolution numérique de l'équation de diffusivité</b>	<b>30</b>
4.1	Introduction . . . . .	30
4.2	Différences finies . . . . .	32
4.2.1	Différences finies en 1 dimension (1D) . . . . .	32
4.2.2	Différences finies en 2 dimensions (2D) . . . . .	35
4.3	Eléments finis . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Phases de construction d'un modèle en hydrogéologie</b>	<b>37</b>
5.1	Introduction . . . . .	37
5.2	Conditions aux limites . . . . .	38
5.2.1	Potentiel imposé ou conditions de Dirichlet . . . . .	39
5.2.2	Flux imposé ou Conditions de Neumann . . . . .	40
5.2.3	Conditions de Fourier . . . . .	40
5.2.4	Surface de suintement . . . . .	40

---

5.3	Modélisation en régime permanent . . . . .	40
5.3.1	Calage du modèle . . . . .	42
5.3.2	Etude de sensibilité . . . . .	43
5.3.3	Validation du modèle . . . . .	44
5.4	Modélisation en régime transitoire . . . . .	46
5.4.1	Principe . . . . .	46
5.4.2	Calage en transitoire . . . . .	46
5.4.3	Exploitation par scénarios . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Etude de cas : la vallée de la Soummam</b>	<b>48</b>
6.1	Contexte géologique et hydrogéologique . . . . .	48
6.2	Modèle pluie-débit dans la vallée de la Soummam . . . . .	49
6.2.1	Matériel et méthodes . . . . .	49
6.2.2	Calage, validation et discussion . . . . .	50
6.3	Modélisation hydrodynamique des écoulements d'eaux souterraines de la nappe de la basse Soummam (Sidi Aich-Bougie) . . . . .	54
6.3.1	Maillage et conditions aux limites . . . . .	54
6.3.2	Calage du modèle en régime permanent . . . . .	55
6.3.3	Plan d'exploitation de la nappe : calage en régime transitoire . . . . .	57
6.4	Conclusion . . . . .	59
<b>7</b>	<b>Projet d'étude</b>	<b>60</b>

---

# Chapitre 1

## Avant-propos

L'auteur est titulaire d'un Doctorat en Hydrogéologie de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène d'Alger. Ancien élève du Master Hydrologie-Hydrogéologie de l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC) et du Magistère Hydrogéologie de l'USTHB. Il est actuellement Maître de conférences, directeur de recherches et responsable de la formation doctorale en Géologie à l'Université de Jijel, consultant auprès du Programme Hydrologique International de l'UNESCO à Paris.

Ce support pédagogique, destiné au lectorat francophone, a été établi sur la base des fiches de cours, principalement, les cours d'hydrogéologie de Ghislain de Marsily (Promotion 2004-2005), de gestion des ressources en eau de Mohamed Mesbah, d'hydrologie de surface de Pierre Robstein, des modèles pluie-débit de Vazkan Andréassian et Charles Perrin et la semaine bloquée de modélisation en hydrogéologie avec Emmanuel Ledoux, au Centre Géologique Informatique de l'Ecole des Mines de Paris. La littérature anglo-saxonne spécialisée a été largement consultée également et traduite en français, les travaux des auteurs Bear, Frind, Rausch, Kinzelbach, Freeze, Cherry, Wels et bien d'autres y sont mentionnés.

Les cas d'étude sont issus du travail de Thèse et de HDR de l'auteur, en co-tutelle entre l'USTHB d'Alger sous la direction de Mohammed Mesbah et l'UMR Métais de l'UPMC-Paris VI sous la direction conjointe de Hocine Bendjoudi et Pierre Ribstein. Les premiers résultats ont été publiés en 2014 dans le bulletin géologique d'Algérie, un second article est sorti en 2017 dans *Arabian Journal Of Geosciences* (Springer).

Ce projet sur la vallée de la Soummam, a reçu l'intérêt et le soutien financier de l'UNESCO et de son Programme Hydrologique International. Il a été classé dans les programmes prioritaires de développement, adoptés par l'UNESCO et les Nations-Unies en 2004. Ce projet a bénéficié également du soutien financier de la commission universitaire mixte algéro-française.

Enfin, plusieurs partenariats scientifiques ont été conclus, principalement avec René Therrien et Jean-Michel Lemieux, Professeurs à l'Université Laval de Québec, et Rudy Rossetto, Professeur à la Scuola Superiore di Sant'Anna-Pisa en Italie. Cela a pu enrichir la partie modélisation des contaminants et suivi des polluants. Cet axe de modélisation est largement détaillé dans un autre cours sur la modélisation hydrogéo-chimique destiné aux étudiants de Master 2 et de doctorat Hydrogéologie de Jijel, avec une application sur

le suivi et le devenir des chlorures et nitrates dans la basse vallée de la Soummam.

---

# Chapitre 2

## Notions et principe de modélisation

### 2.1 Définitions et généralités

L'étude de certains phénomènes physiques, chimiques, hydrodynamiques et biologiques amène souvent à l'étude des relations qui existent entre plusieurs variables caractérisant ce même phénomène. Ces relations se matérialisent soit par des dépendances fonctionnelles strictes (Modèle déterministe), soit par des dépendances fonctionnelles approchées (Modèle probabiliste). Au phénomène étudié est ainsi associé un modèle mathématique exprimé par une équation différentielle (Bertrandias, 1994). Il faudra revenir au phénomène lui-même pour évaluer l'adéquation physique entre la réalité et l'approximation de la réalité à travers le modèle. Un modèle est donc un outil désigné pour représenter une version simplifiée de la réalité (Dassargues, 1995), basé sur des approximations de la réalité, il ne représente pas donc la réalité. L'interprétation se fait en prenant en considération ces approximations. Le métier du modélisateur est de simplifier cette réalité, représenter les processus en forme simple, simplifier la répartition spatiale et permettre l'analyse en intervalles de temps (pas de temps horaire, journalier, mensuel, semestriel, annuel).

En hydrogéologie, l'exploitation des aquifères, comme source d'approvisionnement en eau et milieu favorable au stockage de déchets divers, s'est exponentiellement accrue. Actuellement, le rabattement global est de 600-700 km<sup>3</sup>/année, rendant l'eau souterraine comme la source la plus exploitée au monde (IAH, 2003). Dans les régions arides et semi-arides, caractérisées par une intense évaporation et des précipitations limitées, les nappes souterraines offrent un stockage naturel où l'eau, à l'abri de l'évaporation, peut être gérée rationnellement pour augmenter les usages (Mathias et al, 2010). Ces conditions ont poussé les scientifiques à chercher des outils de gestion appropriés. La modélisation en hydrologie et hydrogéologie a émergé comme un outil acceptable pour soutenir le processus de décisions-making dans la gestion durable de la ressource en eau (Sinha, 2005). Dans ce contexte, la modélisation est de simplifier la représentation d'un système hydrologique (bassin versant, réseau hydrographique, lac, estuaire, ...etc. ) ou hydrogéologique (nappe aquifère, réservoir, ...etc.) et de mesurer le degré de compréhension de son fonctionnement et ses interactions avec le milieu extérieur. Il sert à la fois à comprendre le fonctionnement actuel du système et prédire son comportement futur. L'étude du milieu conduit à la connaissance d'un certain nombre de processus actifs dans la zone étudiée, éventuellement la formalisation mathématique de ces processus des paramètres caractérisant le milieu. Le couplage de ces informations constitue un modèle conceptuel. La conceptualisation des phénomènes est un puissant outil qui permet de résoudre des problèmes et les effets

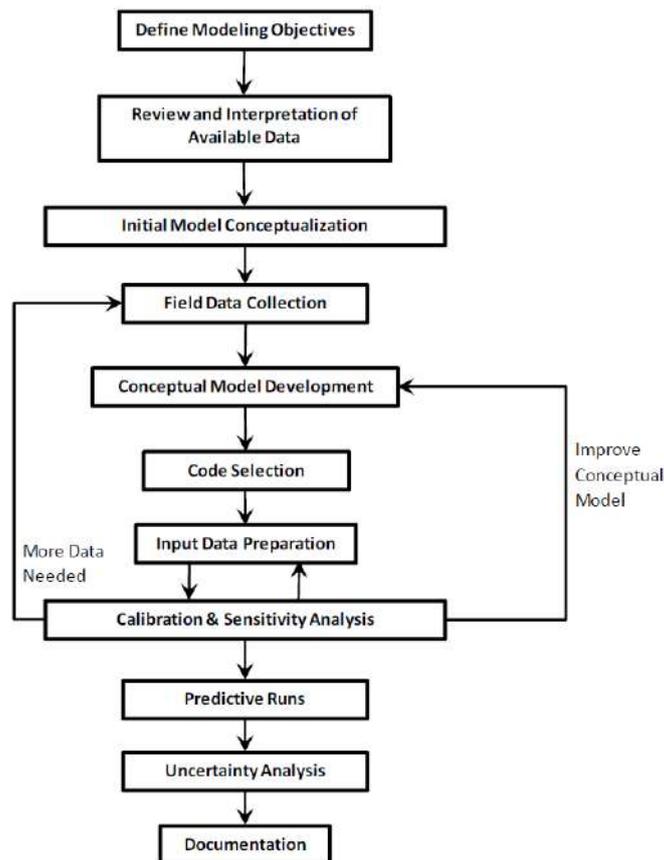


FIGURE 2.1 – Processus de construction d’un modèle (Wels, 2012)

liés à l’échelle spatiale et au pas de temps d’étude (Peng, 2002). Ensuite, si ce modèle peut être traduit en un algorithme de calcul, il est possible de simuler la réalité de terrain et de mesurer l’écart entre la simulation et l’observation. Wels en 2012, définit la modélisation comme un processus multi-phase, progressant par étapes : définition des objectifs, développement du modèle conceptuel, développement du modèle mathématique, calage, analyses et prédictions, analyse d’incertitudes (figure 2.1). Selon Bertrandias en 1994, l’emploi des modèles mathématiques répond à des interrogations formulées par le modélisateur en deux étapes successives :

- **L’étape de l’identification** où l’on s’interroge sur : Comment choisir entre plusieurs modèles possibles ? Comment identifier les paramètres qui y interviennent ?
- **L’étape de la validation** où l’on cherche à comprendre si : Les fonctions calculées sont-elles suffisamment proches de celles observées ? Le modèle est-il bien adapté à la situation étudiée.

Pour construire un modèle hydrologique et/ou hydrogéologique, diverses données sont nécessaires, cette procédure est appelée paramétrisation. Il s’agit de collecter, classer, géoréférencer, traiter, analyser et injecter dans un Système d’Information Géographique (SIG), les différents paramètres du milieu superficiel et souterrain, qui permettent de caractériser le système dans son ensemble (Kessasra, 2015). La collecte de données peut intervenir à tout moment, mais est souvent exigée après la conceptualisation du modèle initial, quand une compréhension préliminaire du système est achevée. L’analyse d’incertitude sur des modèles prévisionnels peut indiquer des zones ou des gammes de données qui

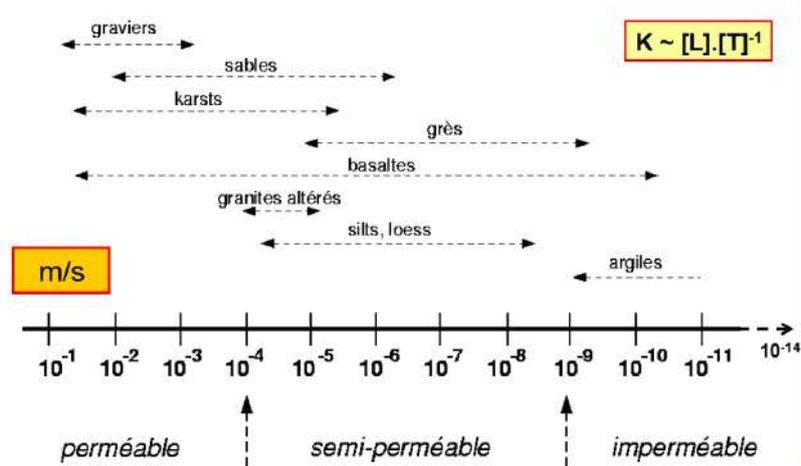


FIGURE 2.2 – Quelques gammes de valeurs de perméabilité de quelques formations lithologiques (Ledoux, 2009)

sont exigés pour diminuer l'incertitude ou l'erreur (Wels, 2012). L'utilisation de modèles facilite et accélère la compréhension de certaines notions abstraites. Il s'agit des paramètres et données en rapport avec (Bear, 1993, Perrin, 2000, Wels, 2012, Kessasra, 2015) :

- la structure du milieu physique : morphologie, forme, structure, topographie, occupation des sols, couvert végétal du bassin versant, cartes topographiques montrant le niveau de la nappe par rapport à la surface, localisation des forages, cartes et coupes géologiques montrant une section verticale afin de déterminer les épaisseurs des formations aquifères, limites et frontières du système, cartes isocontours montrant le nivellement de l'aquifère, niveau du substratum et niveaux confinés, cartes isopaches montrant les épaisseurs de l'aquifère et des niveaux confinés et cartes montrant la relation aquifère-rivière, relation aquifère-lac et les dépôts dans les lacs et les rivières ;
- les chroniques de pluie, de température, d'ETP, d'ETR, de débits, du taux d'infiltration, ...etc. et leur distribution spatiale et temporelle ;
- la structure du milieu hydrogéologique : cartes piézométriques de chaque horizon aquifère, distribution spatiale des variations saisonnières des niveaux piézométriques (cartes des battements), caractéristiques des écoulements (directions d'écoulement, lignes de partage des eaux), distribution spatiale des champs de perméabilité (figure 2.2) et de transmissivité, zones et taux de recharge de la nappe, zones et taux de décharge (sources), cartes et sections de croisements montrant les zones de stockage et les niveaux confinés, interaction eau souterraine-eau de surface, taux de pompage et données sur l'exploitation de la nappe (Prélèvements AEP, AEI et irrigation) ;
- Paramètres de transport et cartes de vulnérabilité.

## 2.2 Typologie des modèles

La justification du modèle repose sur le fait que les mêmes équations régissent les phénomènes en vraie grandeur et en modèle réduit. Différents types de modèles existent :

- Modèles à base physique/modèles conceptuels/modèles empiriques, selon la nature des relations utilisées pour la représentation des processus, qu'ils cherchent à modéliser des phénomènes physiques, des observations ou à seulement reproduire une sortie (débit),
- Modèles déterministes/modèles stochastiques, selon qu'ils utilisent des paramètres uniques ou une densité de probabilité,
- Modèles globaux/modèles distribués, selon la manière de représenter le milieu et la nature de l'unité spatiale à laquelle est attachée la résolution des équations et que les paramètres sont supposés constants ou variables dans l'espace.

### 2.2.1 Modèles d'échelle physique

Le principe des **modèles à base de loi** est de considérer le domaine étudié et d'en isoler des grandeurs bien perceptibles et de préférence quantifiables, appelées variables. Le modélisateur étudie les relations qu'entretiennent ces grandeurs, écrivant ainsi des équations fonctionnelles. Il reliera la manière dont ces grandeurs se modifient, écrivant alors des équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles (écoulement et transport). Ces équations constituent les lois du modèle. Les lois sont continues, particulièrement dans leur gestion du temps et de l'espace, et s'appuient sur une formulation différentielle dont la résolution, idéalement analytique mais le plus souvent approchée numériquement, renseigne les valeurs de ces variables d'état qui décrivent le système étudié. On qualifie parfois ces méthodes de globales ou d'analytique.

Dans les **modèles à base de règles**, le domaine étudié est discrétisé en mailles dont les variations sont commandées par des règles. On n'a plus là de description globale du domaine, ni de continuité a priori. Chacune des mailles possédant ses caractéristiques (conductivité, porosité effective, coefficients de dispersivité) supposées uniformes sur l'entière de la maille. Ce type de modèle a une bonne capacité de prédiction et apportent des résultats spatialement distribués (Orban et al., 2008). Cependant, ils nécessitent des données précises sur l'hydrogéologie, et dès lors, une paramétrisation avancée (Brouyère et al., 2009).

Cependant, les solutions analytiques d'un modèle numérique sont compromises en raison de l'irrégularité des limites, l'hétérogénéité du milieu, et la non-linéarité des problèmes exprimant la variation d'un paramètre en fonction d'une variable d'état dont la valeur est la réponse du modèle. Le modèle numérique doit alors effectuer un cycle interne d'itérations sur la valeur du paramètre non-linéaire (Dassargues, 1995).

### 2.2.2 Modèles mathématiques de simulation

- **Modèles déterministes** reposent sur des propriétés purement mathématiques, généralement géométriques sans tenir compte du phénomène physique qui nous intéresse. Ils stipulent que, pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la relation entre les entrées et les sorties du système considéré est univoque. Pour une entrée

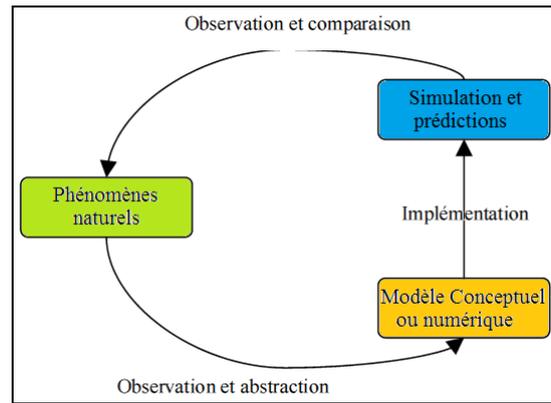


FIGURE 2.3 – Cycle de modélisation, depuis l’observation du phénomène aux simulations (Tranouez, 2005)

donnée du modèle, il existe une et une seule sortie.

- **Modèles stochastiques** font appel à des modèles probabilistes et découlent de l’analyse statistique des données. Ils simulent des processus qui dépendent du hasard (Précipitations). Pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, différentes applications d’un modèle donnent, pour une même entrée, des sorties différentes. Ces modèles tentent la description du comportement de la variable régionalisée qui nous permettra d’évaluer la précision d’une estimation. On les utilise pour décrire le phénomène naturel à l’aide d’un processus aléatoire, cependant, limité par la statistique classique qui nécessite que les valeurs mesurées soient indépendantes et identiquement distribuées. Ces hypothèses ne sont pas vérifiées dans notre contexte (dépendance spatiale, conditions d’observation différentes).

### 2.2.3 Modèles globaux ou semi-globaux

Ils utilisent un concept physique pour représenter le fonctionnement de l’hydrosystème, un assemblage de réservoirs en liaison hydraulique les uns avec les autres. Ces modèles ont un sens physique (des réservoirs, des lois de remplissage, de vidange) mais ils ne prennent pas en compte la géométrie du milieu souterrain ni les équations physiques réelles. Le modèle est dit **global** lorsque le bassin versant est représenté par un seul assemblage de réservoirs superposés, il est dit **semi-global** quand le bassin est représenté par plusieurs modèles globaux indépendants (échanges hydrauliques entre sous-bassins).

Il existe des **modèles globaux de type boîte noire** qui consistent en une mise en relation d’une sortie du système modélisé (NP, débit d’un cours d’eau à l’exutoire) avec une ou plusieurs variables d’entrée (pluie, ETP, débit de pompage). Les mises en relation s’opèrent par l’intermédiaire de fonctions paramétrées similaires à des lois de comportement de phénomènes physiques impliqués dans le fonctionnement hydraulique d’un bassin versant, ou bien par l’intermédiaire de fonctions sans forme analytique a priori, calculées de façon purement numérique.

La plupart des modèles hydrogéologiques sont des modèles physiquement basés et spatialement distribués (figure 2.3). Ils s’appuient sur des lois d’écoulement en milieu poreux

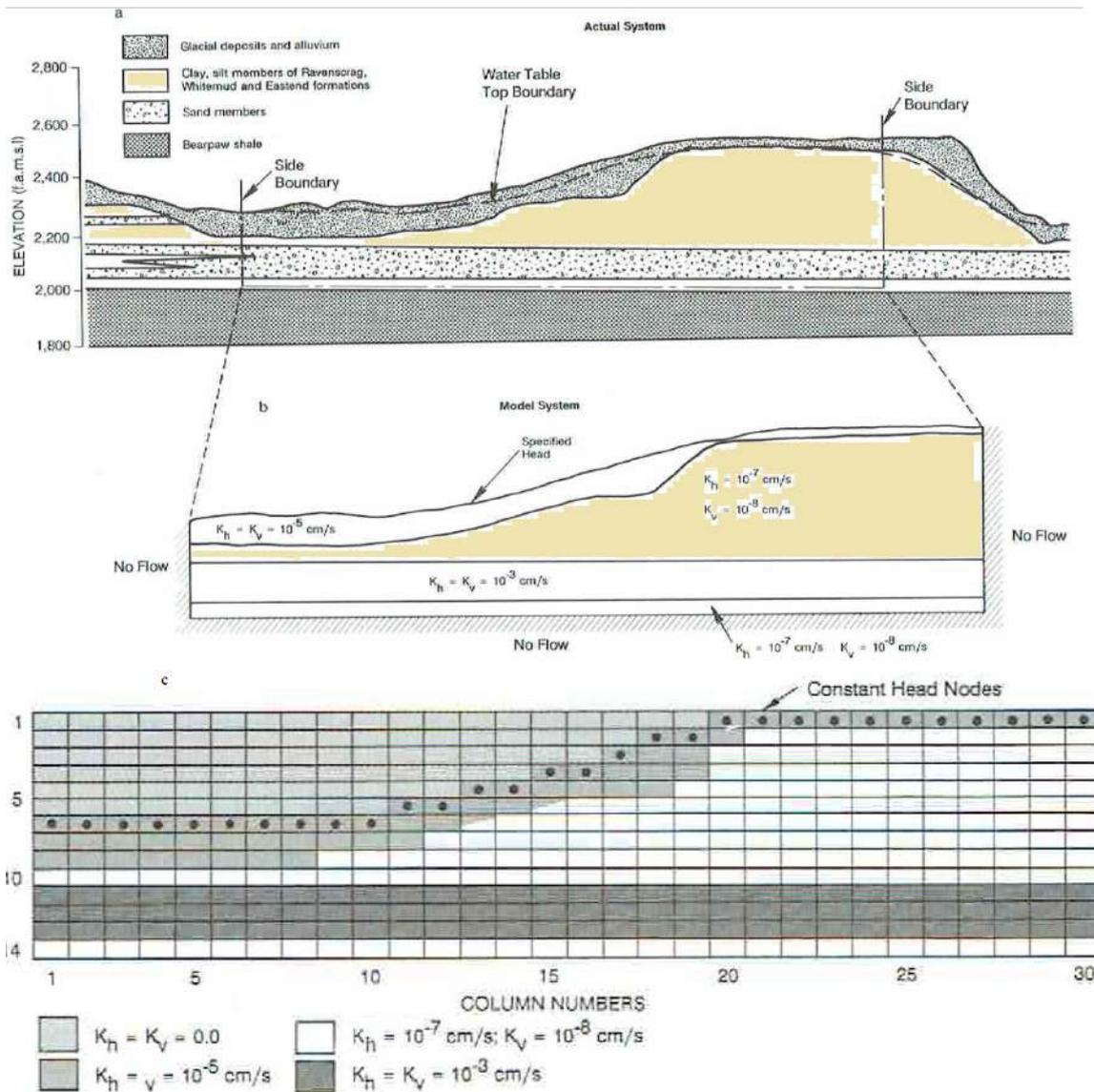


FIGURE 2.4 – Exemple d’un a) système aquifère réel, b) un système modélisé défini par sa forme, ses conditions aux limites et ses paramètres hydrauliques et c) une grille de mailles rectangulaires auxquelles des perméabilités ont été attribuées (Freeze, 1968)

utilisant les coefficients de perméabilité, d’emménagement et d’infiltration (Dassargues, 1990). Le calcul peut être réalisé en résolvant l’équation différentielle si les paramètres sont spécifiés, les sollicitations extérieures précisées et les conditions aux frontières imposées (Vancloster et Javaux, 2012).

## 2.3 Notions de systèmes et de simulation

### 2.3.1 Notions de systèmes

Un **système** est un ensemble de phénomènes et d’événements interdépendants que l’on extrait du monde extérieur par une démarche intellectuelle arbitraire, en vue de traiter cet ensemble comme un tout. Considérons un système qui reçoit de son environnement et

qui y en émet, et notamment dont des sorties peuvent être vues comme des conséquences dont des entrées serait la cause.

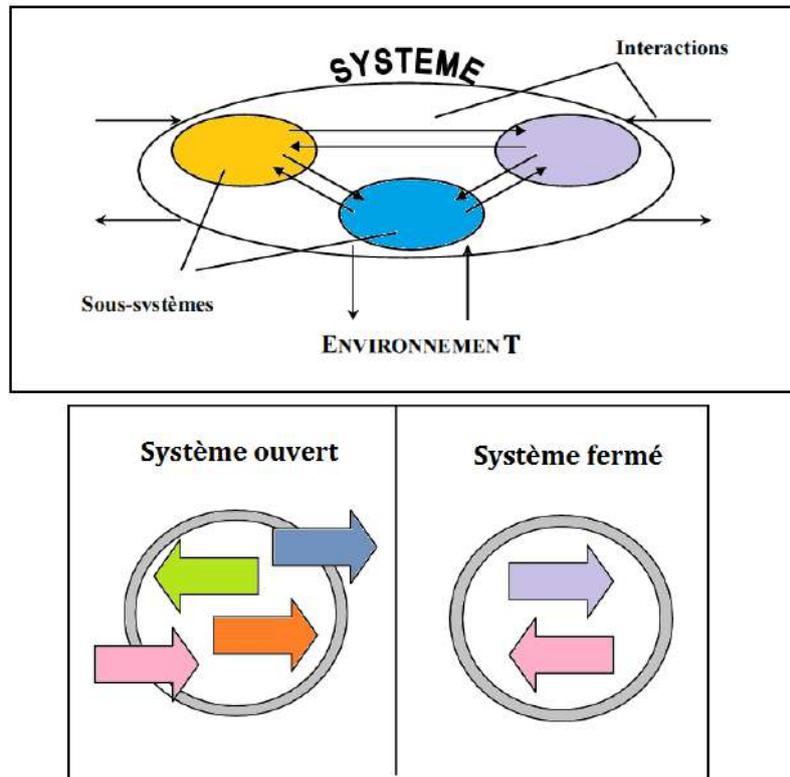


FIGURE 2.5 – Système de la GST et notions de systèmes ouverts et systèmes fermés (Tranouez, 2005, inspiré de De Rosnay, 1975)

La systémique est un ensemble de principes de modélisation à base de règles, née des travaux de Von Bertalanffy (figure 2.5). Edgar Morin disait " Tous les objets clés de la physique, de la biologie, de la sociologie, de l'astronomie, atomes, molécules, cellules, organismes, sociétés, astres, galaxies constituent des systèmes. Hors systèmes, il n'y a que la dispersion particulaire. Notre monde organisé est un archipel des systèmes dans l'océan du désordre. Tout ce qui était objet est devenu système. Tout ce qui était même unité élémentaire, y compris surtout l'atome, est devenue système". Un système de la General System Theory (GST) est un ensemble d'éléments interactifs (le fonctionnement et l'existence de chacun est conditionné par celui des autres) répondant à trois principes (Tranouez, 2005) :

- Principe de dépendance interactive : Les structures et les dynamiques des éléments du système dépendent les uns des autres. Par conséquent, 1/ si on isole un élément on le modifie et 2/ si on agit sur certains cela a des conséquences sur d'autres.
- Principe d'émergence d'une entité globale interagissant avec son environnement : De l'ensemble des unités fonctionnelles et de leur interaction émerge une entité nouvelle montrant une structure, des propriétés et une dynamique nouvelles par rapport à celles de ses composantes.
- Principe d'un effet de retour de cette entité sur ses composants : l'ensemble agit sur les parties le constituant et qu'un élément ne montrera pas le même compor-

TABLE 2.1 – L’approche analytique et l’approche systémique (Tranouez, 2005)

<b>Approche analytique</b>	<b>Approche systémique</b>
Isolé : se concentre sur les éléments	Relie : se concentre sur les interactions
Considère la nature des interactions	Considère les effets des interactions
S’appuie sur la précision des détails	S’appuie sur la perception globale
Modifie une variable à la fois	Modifie des groupes de variables simultanément
indépendance de la durée : phénomènes réversibles	Intègre la durée et l’irréversibilité
Validation : par la preuve expérimentale à partir d’une théorie	Validation : par sa comparaison avec la réalité
Modèles précis et détaillés, difficilement utilisables dans l’action	Modèles rigoureux, utilisables (décision et action)
Efficace lorsque les interactions linéaires et faibles	Efficace si interactions non-linéaires et fortes
Conduit à un enseignement par discipline	Conduit à un enseignement pluridisciplinaire
Conduit à une action programmée dans son détail	Conduit à une action par objectifs
Connaissance des détails, buts mal définis	Connaissance des buts, détails flous

tement, la même dynamique ni la même évolution s’il est isolé ou s’il est intégré dans un système.

La confrontation des deux approches, analytique et systémique, est consignée dans le tableau 2.1 (Tranouez, 2005).

### 2.3.2 Notions de simulation

Une **simulation** est le calcul d’une partie de la trajectoire d’un modèle dont le résultat est appelé trace ou trajectoire. Celle-ci peut être calculée en itérant la variable représentant le temps, puis en calculant les nouvelles valeurs des fonctions décrivant le système, d’abord les fonctions du temps, puis les fonctions des fonctions du temps etc. (Tranouez, 2005). Les simulations sont les outils de validation fondamentaux des modèles dont l’expérimentation est difficile : on peut difficilement faire des expériences au niveau d’un écosystème entier, une alternative est alors la simulation. On comparera ensuite ce qu’on peut mesurer dans la simulation à ce qu’on peut mesurer dans l’écosystème réel.

Une simulation est donc la plongée d’un modèle dans le temps ; mais quel temps ? On distingue deux catégories. Les **simulations à pas de temps**, qui se subdivisent en deux parties : temps continu et temps discret. En temps continu, à chaque réel  $t$  compris entre les dates de début et fin de la simulation correspond un état du modèle. En temps discret, on calcule les états du modèle à certains moments séparés par un pas de temps variable. Les pas de temps peuvent faire sens ; on peut penser aux périodes de gestation en dynamique de population. La trajectoire est alors constante par morceaux. En temps continu, on ne peut se référer qu’à une résolution analytique. Une approche numérique d’un modèle continu nécessite aussi une discrétisation temporelle où les pas de temps sont aussi petits que possibles pour assurer sa stabilité numérique. Les **simulations à événements discrets**, supposent qu’on sait exactement dans la simulation quelles sont ses parties qui doivent agir et comment. On ordonne alors temporellement les actions de ces entités et les exécute dans l’ordre approprié, événement de simulation après événement, sautant les intervalles où rien n’est sensé se passer.

Le temps de simulation définit le degré de complexité du modèle (MDBC, 2001) : basique :  $< 1$  mois ; modéré : 1 à 6 mois (quelques données et itérations sont requises) et complexe :  $> 6$  mois à plusieurs années (outil de gestion dans des projets de développement).

---

# Chapitre 3

## Modèles en ressources en eau

### 3.1 Modèles en hydrologie : Modèle pluie-débit

#### 3.1.1 Généralités

Un modèle hydrologique possède trois approches complémentaires : l'approche débit-débit, l'approche pluie-débit et l'approche mixte, comme illustré dans la figure 3.1. L'approche pluie-débit est la plus étudiée, ses modèles ont pour objectif de procéder à la transformation de la pluie en débit à l'échelle d'un bassin versant en essayant de trouver un lien entre les débits et les phénomènes qui en sont la cause directe, les pluies. Il permet de comprendre le fonctionnement du bassin, la nature et le rôle des processus mis en jeu, leur importance relative par rapport au phénomène étudié et les liens spatiaux ou temporels entre ces processus (Perrin, 2000). Le Bassin versant appréhendé selon deux principales approches (Mathevet, 2005) :

- une **approche structuraliste** (holistique, non réductionniste, systémique, phénoménologique, etc.) : elle vise à étudier le bassin versant dans son ensemble, de manière systémique à partir du développement de relations entre les entrées et les sorties du système.
- une **approche réductionniste** (physique, représentationnelle, etc.). Elle vise à décrire et étudier le bassin versant en établissant une chaîne causale, basée sur les théories de la physique des écoulements, capable d'expliquer le comportement du bassin versant.

Les modèles constituent une formalisation des connaissances au travers des scénarii de simulation. La modélisation pluie-débit, d'aspect seulement quantitatif, permet la :

- Simulation de débits, pour le comblement de lacunes dans des séries de données,
- Prédétermination des débits de crue ou d'étiage : leur fréquence et durée,
- Prévion des crues et des étiages : évaluer les débits de crues à haut risque (inondation) ou les débits d'étiages nécessitant la mise en place d'un plan actif de gestion de la ressource en eau pour maintenir un approvisionnement régulier,
- Influence d'aménagements sur l'hydrologie : prédire les changements de la réponse du bassin suite à des modifications des caractéristiques du bassin d'origine humaine ou à des changements environnementaux.



### 3.1.2 Typologies des modèles hydrologiques

Un modèle hydrologique pluie-débit est défini par (Mathevet, 2005) :

- ses variables d'entrée indépendantes : qui sont les chroniques de pluie, d'ETP ou de température,
- ses variables de sortie dépendantes : qui sont les débits simulés à l'exutoire du bassin versant, mais qui peuvent être aussi l'ETR, des NP, etc.,
- ses variables d'état : il s'agit des variables internes au système, qui évoluent en fonction du temps et rendent compte de l'état du système à un moment donné. Ces variables sont les niveaux de remplissage des différents réservoirs (neige/production/routage),
- ses paramètres : qui servent à adapter la paramétrisation des lois régissant le fonctionnement du modèle, au bassin versant étudié,
- ses performances : il s'agit d'estimer l'amplitude des erreurs de modélisation, calculées sur la base d'une mesure de l'écart entre les valeurs simulées et les valeurs mesurées.

### 3.1.3 Modélisation hydrologique globale : GR

- **En contexte de simulation**, En premier lieu, une phase de calage (optimisation) des paramètres qui correspond à la détermination de la valeur optimale des paramètres du modèle, en optimisant une fonction objective qui peut être de différentes formes. En second lieu, une phase dite de contrôle qui consiste à faire tourner et évaluer le modèle sur une autre période de temps que celle où a été calé le modèle. Afin d'évaluer le modèle, différents critères peuvent être utilisés tels que :

- le critère de Nash ;
- le critère "bilan" qui correspond au rapport du volume total écoulé estimé sur le volume total écoulé observé ; et enfin
- le critère "volume en crues" qui correspond au volume d'eau en crue observé sur ce même volume calculé. Il faut auparavant définir un seuil de débit (C) à partir duquel on considère qu'il y a un épisode de crue

- **En contexte de prévision**, La phase de calage permet de déterminer les paramètres du modèle. On peut donc maintenant utiliser ces modèles afin de prévoir les crues, c'est-à-dire de prévoir le débit à l'instant  $t+\Delta t$  à partir de l'instant  $t$ . Pour cela, nous allons, à chaque pas de temps, remettre à jour le modèle à l'instant  $t$  par rapport aux valeurs de débit observées. Il est possible d'agir à différents niveaux :

- corriger les données pluviométriques ;
- modifier l'état du modèle en jouant sur le niveau des réservoirs (états du modèle) ;
- modifier les paramètres du modèle ; et enfin
- corriger les données de sortie du modèle en prévoyant l'erreur du modèle.

Il existe quatre modèles qui possèdent des principes de fonctionnement similaires :

- une entrée qui correspond aux données de pluie (P) et d'ETP ; et
- une structure identique composée d'un module de production qui va répartir l'eau entre les différents réservoirs du modèle et un module de routage qui assure la distribution de l'eau qui alimente le débit au cours du temps en faisant intervenir un décalage temporel entre pluie et débit.

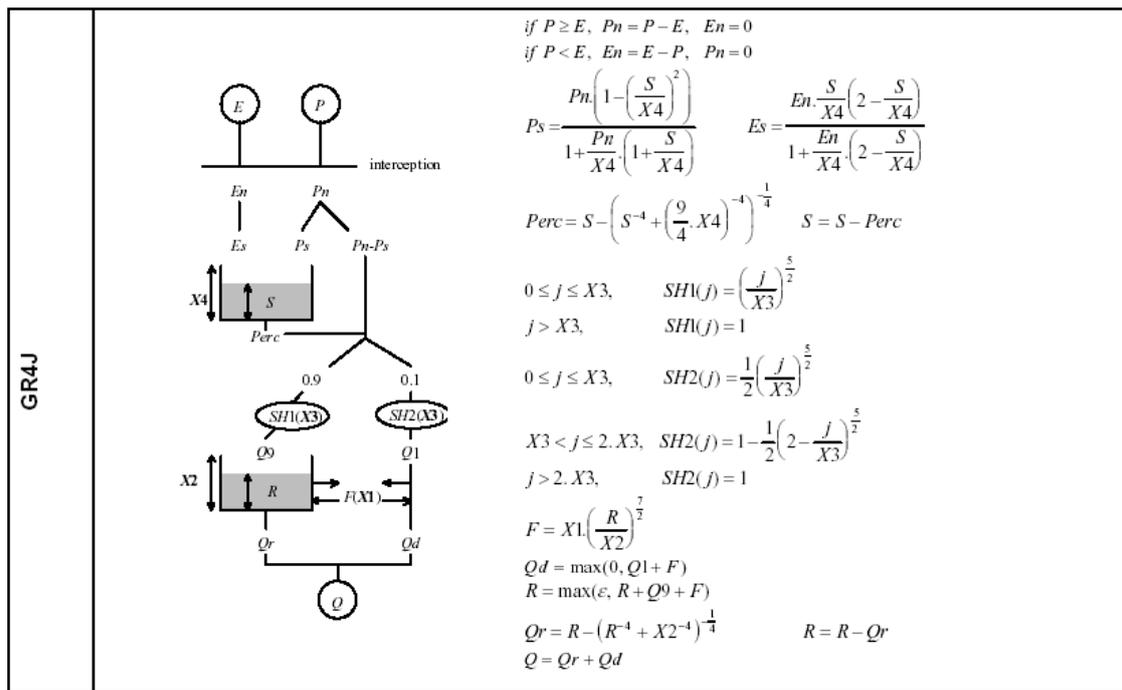


FIGURE 3.2 – Architecture du modèle global : GR4J (Mouelhi, 2003, Moelhi et al. 2006)

- Le **GR4J** : le modèle pluie-débit journalier du "Génie Rural" a été développé au Cemagref (Edijatno et Michel, 1989 ; Edijatno, 1991 ; Perrin, 2000). Ce modèle se caractérise par son faible nombre de paramètres qui est de quatre (figure 3.2) :

- X1 : Capacité du réservoir de routage ;
- X2 : Capacité du réservoir de production ;
- X3 : Paramètre d'échanges en eau ;
- X4 : Temps de base des hydrogrammes.

L'architecture générale de sa 2<sup>ème</sup> version est caractérisée par :

- un réservoir de production dont sa capacité fixée à 650 mm ;
- une seule branche d'écoulement mais un coefficient multiplicatif sur la pluie efficace qui remplace la fonction d'échange ;
- un hydrogramme unitaire symétrique ;
- un réservoir de routage quadratique.

- Le **GR3J** : ce modèle a été utilisé en région tempérée (Edijatno et Michel, 1989) et tropicale (Dezetter, 1991). Adapté à une simulation des ressources en eau sur des bassins versants peu ou non-jaugés. Il s'agit d'un modèle déterministe à deux réservoirs et un hydrogramme unitaire :

- réservoir du sol soumis à l'évapotranspiration, contrôlant la fonction de production. Il est caractérisé par une capacité A. La fraction k représente le remplissage du réservoir et son carré détermine la fraction de la pluie nette qui alimente le réservoir Eau Gravitaire par l'intermédiaire de l'hydrogramme unitaire.
- hydrogramme unitaire propageant les débits des pluies nettes provenant du réservoir sol dans le réservoir eau gravitaire,
- réservoir de l'eau gravitaire alimentant en sortie le débit de la rivière par une

vidange de type quadratique, contrôlant la fonction de transfert. Il est caractérisé par une capacité maximale de rétention journalière  $B$ . La vidange de ce réservoir est responsable du débit du cours d'eau selon la relation suivante :

$$Q = \frac{R^2}{R + B} \quad (3.1)$$

- Le **GR2J** et **GR1J** : les paramètres réels sont obtenus à partir des valeurs transformées de la façon suivante :

$$X1 = e^{x_1} \quad (3.2)$$

$$X2 = 0.45x_2 + 5.5 \quad (3.3)$$

### 3.1.4 Modélisation hydrologique semi-distribuée : TOPMODEL

Ce modèle (Beven et Kirkby, 1979) est basé sur le principe des zones contributives à l'écoulement, qui sont fixées à partir de la topographie : des zones à faibles pentes atteignent plus facilement la saturation et contribuent donc au ruissellement plus rapidement par rapport aux zones de crêtes. TOPMODEL est un modèle hydrologique semi-distribué car certains paramètres sont distribués dans l'espace comme la pente topographique et la surface amont drainée, d'autres sont considérés globalement notamment les propriétés hydrauliques des sols (transmissivité, réserve hydrique du sol, ETP) et les précipitations. Les paramètres spatialement distribués servent à calculer des classes de similarité hydrologique, qui correspondent à des zones géographiques présentant un comportement hydrologique identique : leur état de saturation est similaire et dépend uniquement de la situation météorologique. Il comporte huit paramètres dont deux utilisés afin de remplacer l'indice de topographie calculé à partir du modèle numérique de terrain (figure 3.3) :

- X1 : Capacité du réservoir de routage ;
- X2 : Paramètres de vidange ;
- X3 : Capacité du réservoir d'interception ;
- X4 : Délai ;
- X5 et X6 : Paramètres d'indice topographique ;
- X7 et X8 : Paramètres d'évaporation.

Il s'agit d'un modèle non-linéaire pour simuler les réponses lentes et rapides sur un bassin versant et le transfert dans le réseau hydrographique (Beven et al., 1995) et qui prend en compte deux principales composantes d'écoulement :

- écoulement en nappe souterraine qui alimente les cours d'eau par drainage latéral,
- écoulement superficiel par saturation du sol sur les zones où la nappe atteint la surface du sol.

Admettons que le système d'écoulement saturé est dans un état quasi-stationnaire, l'écoulement vers le bas de la pente par unité de largeur à chaque point  $i$ ,  $q_i$ , peut être exprimé comme (Peng et al., 2002) :

$$q_i = a_i r \quad (3.4)$$

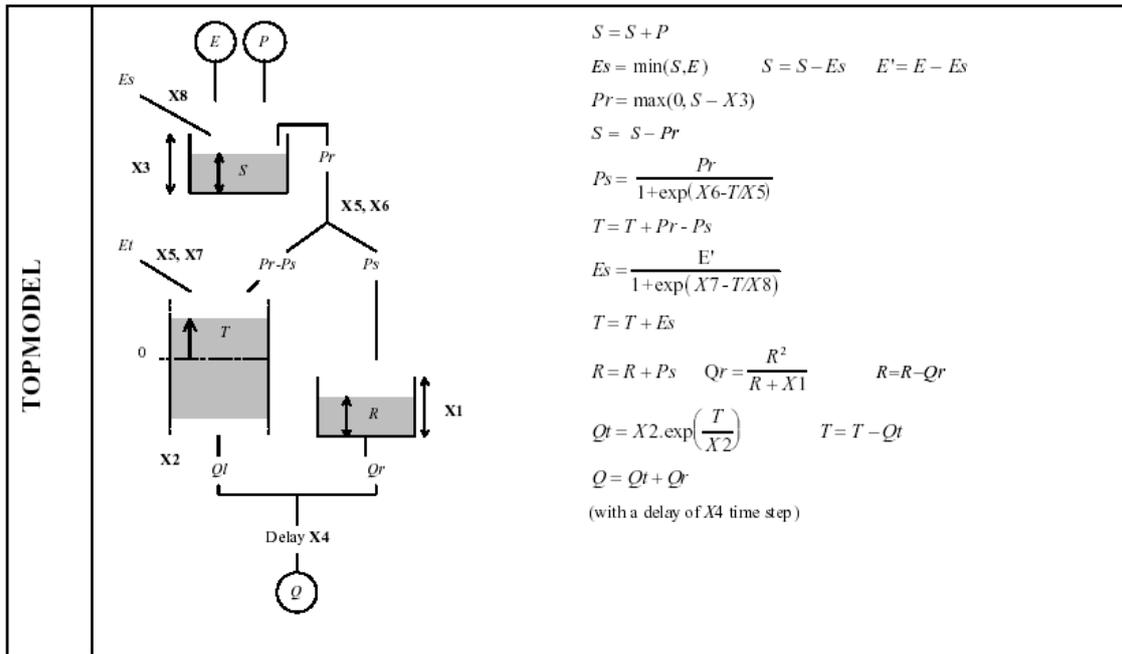


FIGURE 3.3 – Architecture du modèle semi-distribué : Topmodel (Beven et al., 1979)

où  $a_i$  est la surface de drainage par unité de largeur au point  $i$  (en m),  $r$  est le taux de recharge nominale (m/s),  $q_i$  (en  $m^2/s$ ). Une autre hypothèse est que la perméabilité à chaque point  $i$  diminue progressivement avec la profondeur, nous avons donc :

$$K_{si(z)} = K_{soi} \exp(-c_f z) \quad (3.5)$$

où  $K_{si(z)}$  est la perméabilité saturée à la profondeur  $z$  en-dessous de la surface (m/s),  $K_{soi}$  est la perméabilité saturée à la surface du sol (m/s),  $z$  est la profondeur verticale en-dessous de la surface (m) et  $c_f$  est un paramètre lié à la structure du sol (1/m). En combinant cette équation avec la loi de Darcy et supposant que le niveau de l'eau est approximativement parallèle à la surface du sol, l'écoulement au point  $i$  est exprimé :

$$q_i = T_i \exp(-c_f z_i) \tan \beta_i \quad (3.6)$$

avec  $T_i$  est la transmissivité du sol, et  $\tan \beta_i$  est la pente de surface au point  $i$ .

### 3.1.5 Performances des modèles

Le choix d'un modèle doit être fondé sur de réels besoins en terme d'écoulement superficiel et de gestion de la ressource en eau à l'échelle temporelle et spatiale. Quel résultat veut-on obtenir ? A quelle précision, à quel pas de temps (horaire, journalier, mensuel, semestriel, annuel,...etc.) et avec quelle fiabilité ? Néanmoins, il reste sujet à des facteurs d'application, parfois contraignants, tels que la disponibilité de diverses données relatives aux précipitations, aux ETP, aux débits, à la topographie, à la végétation, aux sols dominants, à leur humidité,...etc. Les bassins versants instrumentés sont rares en Algérie, la performance de ces modèles peut être, de ce fait, altérée par le manque de données et l'inadéquation de l'expérimentation numérique par rapport aux caractéristiques générales

TABLE 3.1 – Performances moyennes sur l'échantillon de 1111 bassins versants jaugés (Rojas-Serna, 2005)

Performances (C2M moyen)	<b>G1J</b>	<b>GR2J</b>	<b>GR3J</b>	<b>GR4J</b>	<b>TOPMOD5</b>	<b>TOPMOD6</b>	<b>TOPMOD8</b>
Calage	22.7	31.7	38.9	42.9	39.7	41.7	43.5
Contrôle	19.2	27.1	32.3	35.8	32.2	34.2	35.9

du bassin versant. Le choix du pas de temps est tout aussi important mais l'état de certaines stations hydrométriques en Algérie (Station de Sidi Aich), souvent emportées et endommagées par les crues, ne laisse pas présager une application à pas de temps journalier.

Les performances en contrôle des différents modèles (tableau 3.1), montrent l'amélioration des simulations à mesure que l'on utilise un modèle ayant un nombre plus grand de paramètres. Il existe un écart de 20 points de C2M entre les performances minimale et maximale en calage. Mais, l'écart entre les performances en contrôle des modèles ayant, respectivement, la performance minimale (GR1J) et la performance maximale (GR4J et TOPMOD8) n'est plus que de 16 points. Il convient donc d'observer la similarité des résultats des modèles GR4J et TOPMOD8 (Rojas-Serna, 2005).

## 3.2 Modèles en hydrogéologie

Bear en 1993 avait simplifié les objectifs d'une modélisation hydrogéologique en trois éléments :

- mieux comprendre le fonctionnement du système ;
- fournir des informations nécessaires à la mise en oeuvre d'un dispositif de mesures (pompages, traçages, etc.) ;
- réaliser des prédictions sur le comportement du système considéré en réponse à des sollicitations.

L'utilité des modèles pour la gestion quantitative des ressources en eau découle de leur capacité de simulation (Viessman, 1989). La simulation concerne donc le calcul de la réponse d'un hydrosystème à une série d'évènements (variables de forçages, variables de décision ou perturbations), pendant un intervalle de temps préalablement établi. La gestion du système  $S$  comprend 3 actions : prévoir, agir et contrôler. Les décisions, comme les lâchers de barrages, les restrictions (action agir) sont prises en comparant les sorties d'intérêts  $y$  et les indicateurs d'état des ressources en eau. De la même manière, l'utilisation du modèle doit comparer des sorties objectives à des mesures afin d'évaluer si le modèle est assimilable au système. Pour que le modèle  $M$  puisse être utilisé afin de gérer le système  $S$ , le critère  $e_S$ , différence entre les sorties modélisée  $y_m$  et mesurée  $y$ , doit être minimisée. Dans l'affirmative, les gestionnaires peuvent, à partir du modèle  $M$ , évaluer divers scénarios et prendre des décisions sur les actions à entreprendre sur l'hydrosystème souterrain. L'avantage le plus important du modèle est de pouvoir simuler des variables qui ne sont pas mesurées sur le système.

Des informations explicites concernant les piézométries des nappes constituent des indicateurs de l'état des ressources en eau souterraine. Le gestionnaire disposerait alors d'informations importantes pour prévoir le sens échanges nappes-rivières et les réserves en-

TABLE 3.2 – Éléments à prévoir dans la gestion des ressources en eau (Christin, 2008)

Eaux superficielles	Eaux souterraines
Volumes ruisselés en hautes/basses eaux pour différents intervalles de temps	Nature des aquifères
Débit de pointe	Transmissivités des aquifères
Débit d'étiage	Date de tarissement des sources
Niveaux dans les barrages et les réserves collinaires	Piézométrie minimale et maximale
Temps de transfert entre les aménagements et les points de consignes de débit	
Nature des relations nappes-rivières	
Influences des pompages sur les eaux superficielles/souterraines	

core disponibles dans les aquifères (Tableau 3.2). Les modèles hydrologiques sont destinés à répondre aux problèmes de gestion des eaux superficielles (débits) et les modèles hydrogéologiques sont destinés aux problèmes de gestion des aquifères (niveaux piézométriques). Pour obtenir ces deux informations, il faut donc utiliser des modèles couplés qui intègrent explicitement la totalité des processus liés aux eaux souterraines et superficielles : SHE, MODCOU, NEWSAM.

En effet, le modèle hydrologique permet de déterminer la variable de sortie correspondant à la recharge de l'aquifère, qui, au pas de temps suivant, sera une variable d'entrée dans le modèle hydrogéologique (figure 3.4). Ce dernier calculera alors les niveaux piézométriques dans les nappes et le débit de base, qui sera la contribution de la nappe aux débits des cours d'eau. Ce débit de base, qui peut être positif ou négatif en fonction du sens d'échange nappes-rivières, s'ajoute aux ruissellements superficiels calculés par le modèle hydrologique afin de définir les débits à l'exutoire du bassin versant.

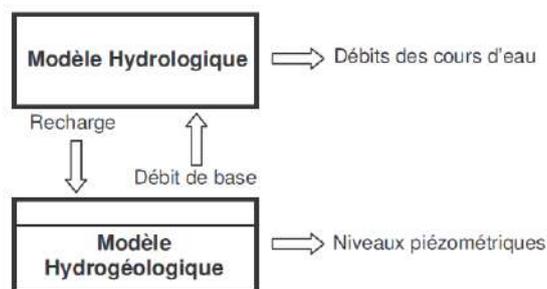


FIGURE 3.4 – Schématisation du modèle couplé eaux superficielles-eaux souterraines (Barthel, 2006)

### 3.2.1 Equation de diffusivité

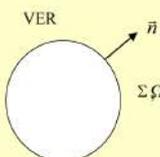
Les mouvements de l'eau, de contaminants et de chaleur en subsurface sont affectés par plusieurs processus. Ils sont reliés à trois catégories de modèles : modèle d'écoulement d'eau souterraine, modèle d'écoulement multiphasique (sol, eau, air) et modèle d'écoulement des contaminants dissous dans l'eau souterraine. Les modèles en hydrogéologie sont contraints de considérer que deux processus d'écoulement d'eau souterraine, écoulement en réponse à un gradient de potentiel hydraulique et la perte ou le gain d'eau à partir d'une source, recharge ou pompage en puits.

L'équation générale des écoulements en milieux variablement saturés est déduite du *principe de conservation de masse* et de la *loi de Darcy*. L'*Equation de continuité* traduit la conservation de la masse de fluide à l'intérieur de tout Volume Élémentaire Représentatif (VER). Elle exprime l'état continu d'un fluide, qu'il ne peut y avoir ni apport extérieur ni prélèvement de matière. La masse se conserve au cours de l'écoulement. Elle s'écrit :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V}) + \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \rho q = 0 \quad (3.7)$$

$\rho$  est la masse volumique de l'eau ou densité du fluide en  $Kg/m^3$ ,  $\varepsilon$  est la porosité du milieu poreux, sans dimension,  $q$  est le débit volumique d'eau prélevé (ou injecté) par unité de volume de VER,  $V$  est la vitesse de filtration de l'écoulement ou vitesse de Darcy en m/s,  $W$  est le taux de source-puits,  $t$  est le temps,  $x, y, z$  représentent les coordonnées cartésiennes du système.

**Equation de continuité**



VER

$\vec{n}$

$\Sigma, \Omega$

Flux entrant = flux consommé + flux stocké

$$-\int_{\Sigma} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds = \int_{\Omega} \rho q \, d\omega + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \varepsilon \, d\omega$$

⇓

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V}) + \rho q + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) = 0$$

V Vitesse de Darcy  
 ρ masse volumique  
 ε porosité  
 q débit spécifique volumique

FIGURE 3.5 – Représentation de l'équation de continuité (Ledoux, 2009)

L'*Equation de mouvement* ou *loi de Darcy* exprime, dans le cadre d'un modèle macroscopique, la relation fondamentale de la mécanique. La formulation la plus courante en hydrogéologie revêt la forme suivante :

$$\vec{V} = -K \overrightarrow{\operatorname{grad} h} \quad (3.8)$$

$h$  est la charge hydraulique définie par la relation :  $h = z + p/\rho g$ . Lorsque la masse volumique  $\rho$  peut être considérée comme constante, la charge s'identifie au niveau piézométrique. La charge est alors matérialisée par la cote de la surface libre de l'eau.  $K$  est le coefficient de Darcy ou perméabilité du milieu poreux (m/s). On fait appel également à une formulation plus générale de la loi de Darcy qui s'écrit :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} (\overrightarrow{\operatorname{grad} p} + \rho g \overrightarrow{\operatorname{grad} z}) \quad (3.9)$$

$p$  représente la pression macroscopique de fluide dans le VER en  $Kg/ms^2$ ;  $z$  est l'altitude en m;  $g$  est l'accélération de la pesanteur en  $m/s^2$ ;  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide en  $Kg/ms$ ;  $k$  est la perméabilité intrinsèque du milieu poreux en  $m^2$ .

Maintenant, prenons un exemple simple dans le développement de l'équation différentielle qui pourrait être incorporé dans un modèle mathématique. Considérons le cas le plus simple d'écoulement d'eau souterraine, l'énoncé mathématique de conservation de masse de fluide s'écrit :

$$- \left[ \frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} \right] \pm \rho W = \frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} \quad (3.10)$$

Cette équation est développée en prenant un cube en milieu poreux et représentant des flux entrants et sortants, le stockage de masse de fluide et les sources ou puits (Freeze and Cherry, 1979). Les trois premiers termes (3.10) incorporent tous les processus contribuant au mouvement de masse ou mouvement de masse des éléments dissous et le quatrième terme représente les sources et puits. Chaque problème de flux qui peut être modélisé est décrit par une ou plusieurs équations de cette forme. L'équation de continuité (3.11) est un cadre mathématique général qui doit être affiné en fournissant une description plus précise de chacun des processus impliqués. Cela exprime des flux de masse en termes de force motrice (gradients hydraulique) et des termes de sources-puits. Considérons le développement des équations de flux de masse de base pour le cas le plus simple, celui de flux d'eau souterraine. Freeze and Cherry en 1979, ont simplifié l'équation (3.10) en interprétant le terme sortie d'eau à partir du stockage à cause d'une baisse dans la charge et en supposant que la densité du fluide est constante, ils divisent l'ensemble des termes par  $\rho$ . L'équation de continuité peut donc être réécrite sous la forme suivante :

$$- \left[ \frac{\partial(q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(q_z)}{\partial z} \right] \pm W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.11)$$

Avec  $S_s$  est le coefficient d'emménagement spécifique et  $h$  est la charge hydraulique.

L'équation de continuité (3.11) a besoin d'être encore affinée en fournissant une description plus précise du processus d'écoulement, en exprimant des flux de masse en termes de force motrice ou gradients hydrauliques. Pour l'écoulement d'eau souterraine, cette étape implique le remplacement du débit spécifique en utilisant l'équation de Darcy. Celle-ci stipule que le flux d'eau à travers un milieu poreux sur une surface transversale unitaire est liée au produit du gradient hydraulique et une constante de proportionnalité appelée conductivité hydraulique. Cette dernière est liée à la perméabilité du milieu. Mathématiquement, cette importante loi physique peut s'écrire comme suit :

$$q_x = -K(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.12)$$

$$q_y = -K(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.13)$$

$$q_z = -K(\psi) \frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.14)$$

Où  $q_x$  est un débit spécifique, ou vitesse de Darcy,  $K$  est la perméabilité avec les composantes de directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ , alignées sur les principaux axes de propriétés du matériau et  $\psi$  est la charge de pression. Les signes négatifs indiquent que l'eau s'écoule dans la direction opposée que l'accroissement du potentiel hydraulique. Remplaçant la loi de Darcy ( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$ ) dans l'équation 3.11, l'équation 3.15 fournit une forme d'équation adaptée à la modélisation des écoulements d'eau souterraine :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\psi) \frac{\partial h}{\partial z} \right] \pm W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.15)$$

Dans cette équation, le terme sources-puits n'a pas besoin de nouvelle élaboration parce que pour le cas de flux d'eau souterraine, il n'est qu'une simple constante liée au pompage ou au taux d'injection par volume d'unité. Ainsi, 3.15 est une équation différentielle utilisée pour modéliser le flux d'eau souterraine en réponse à un gradient de potentiel et soumis aux effets de pompage/injection. Dans certains cas, les propriétés de fluides comme la densité ou la viscosité varient significativement dans le temps ou dans l'espace, à cause des changements de température ou de la composition chimique. Quand le système est non-homogène, les relations entre niveaux d'eau, charges, pressions et vitesses ne sont pas simples. Le calcul des taux de débits et des directions exige alors des données sur la perméabilité intrinsèque, la densité et la viscosité (au lieu de la conductivité hydraulique), la pression de fluide et l'élévation (au lieu du gradient hydraulique).

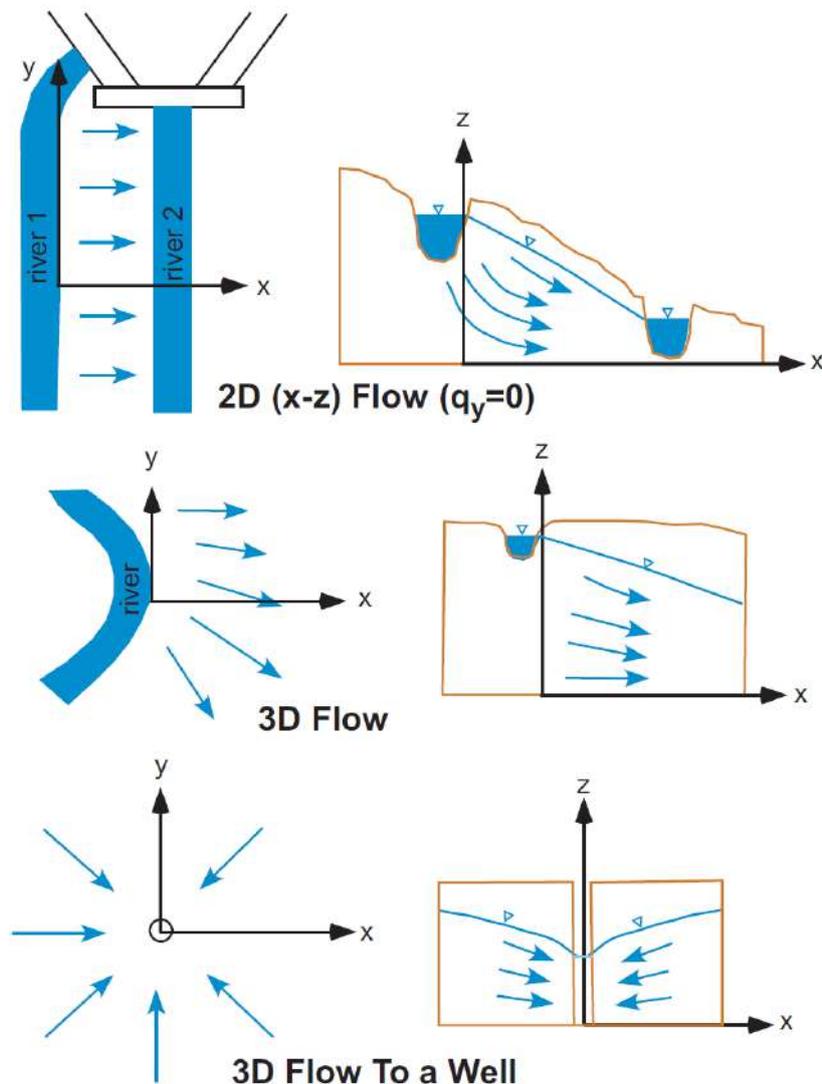


FIGURE 3.6 – Ecoulements des eaux souterraines modélisés en 2D et 3D dans un aquifère (Zheng, 2011)

La combinaison de ces deux groupes de relations et les *équations d'état* conduit à l'équation aux dérivés partielles unique dite *équation de diffusivité*. Elle définit entièrement l'écoulement en permettant la détermination du champ de charge hydraulique  $h$ . Les *Equations d'état* traduisent le comportement mécanique de l'eau et de la matrice rocheuse en fonction de la pression. En hydrogéologie, c'est le modèle élastique faisant intervenir les coefficients d'élasticité  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour l'eau :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta dp \quad (3.16)$$

Pour la matrice :

$$\frac{dV}{V} = -\alpha d\sigma = \alpha dp \quad (3.17)$$

$\sigma$  représente la contrainte effective s'exerçant sur les grains au sein du VER de volume  $V$ . Cette contrainte est liée à la pression interstitielle de l'eau  $p$  (en l'absence de forces extérieures) par la relation dite de Terzaghi :

$$dp + d\sigma = 0 \quad (3.18)$$

### 3.2.2 Equation d'écoulement en milieu non-saturé

L'écoulement en milieu non-saturé est le type d'écoulement le plus fréquemment rencontré dans les couches à la surface du sol, identifiées comme la zone vadoze. Il est donc important d'y connaître les lois de l'écoulement qui le régit. En milieu non-saturé, la conductivité hydraulique  $K$  diminue avec la baisse de la teneur en eau car la section d'écoulement rétrécit et la tortuosité augmente. Ainsi, la conductivité hydraulique est une fonction de la teneur en eau  $\Theta$  ou de la succion  $h$ . Etant donné que l'équation pour la phase air n'est pas requise car cette phase est considérée comme immobile (Freeze and Cherry, 1979), prenons  $\Theta$  comme teneur en eau volumique et  $\Theta'$  comme degré de saturation, l'équation de continuité établie pour l'eau s'écrit :

$$-\left[\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z}\right] = \frac{\partial(\rho\epsilon\Theta')}{\partial t} \quad (3.19)$$

Formulons l'hypothèse de supprimer  $\rho$  car la densité de l'eau est considérée comme constante, l'équation devient :

$$-\left[\frac{\partial(q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(q_z)}{\partial z}\right] = \frac{\partial(\Theta')}{\partial t} \quad (3.20)$$

Réécrite en termes de potentiel de pression ou succion  $\psi$ , où la loi des potentiels permet d'écrire :

$$h = \psi + z \quad (3.21)$$

avec  $z$  comme potentiel gravitationnel

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial\theta}{\partial t} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.23)$$

$C(\psi)$  est la teneur spécifique en humidité, l'équation de continuité en milieu non-saturé s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} [K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [K(\psi) (\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1)] = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.24)$$

### 3.2.3 Equation d'écoulement en milieu saturé

L'équation de continuité pour la phase eau s'écrit :

$$- \left[ \frac{\partial(\rho_w q_{wx})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w q_{wy})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w q_{wz})}{\partial z} \right] = \frac{\partial(\rho_w \epsilon S_w)}{\partial t} \quad (3.25)$$

$w$  exprime l'eau, le terme  $\epsilon S_w$  reflète le fait que la porosité contient des fractions immiscibles pour les deux.

Substituant maintenant les formes de pression de l'équation de Darcy, quand la conductivité hydraulique est exprimée en perméabilité  $k$ , perméabilité relative  $k_r$  et viscosité dynamique  $\nu$  :

$$q_{wx} = - \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial x} \right) \quad (3.26)$$

$$q_{wy} = - \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial y} \right) \quad (3.27)$$

$$q_{wz} = - \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial z} + \rho_w g \right) \quad (3.28)$$

Nous obtiendrons l'équation l'équation qui va être résolue pour la pression et la saturation en eau dans le cas d'un milieu saturé en eau :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{k \rho_w k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{k \rho_w k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k \rho_w k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial z} + \rho_w g \right) \right] = \frac{\partial(\rho_w \epsilon S_w)}{\partial t} \quad (3.29)$$

Le VER adapté à l'écoulement en nappe doit considérer le domaine d'écoulement sur toute sa hauteur mouillée entre les cotes  $z_1$  et  $z_2$ . Le niveau  $z_1$  représente le substratum imperméable de la nappe, le niveau  $z_2$  représente soit le recouvrement imperméable d'une nappe captive, soit la surface piézométrique d'une nappe libre dont la cote s'identifie en charge  $h$ . L'équation de diffusivité à trois dimensions dans un repère cartésien  $O_x$ ,  $O_y$ ,  $O_z$  supposé repère principal d'anisotropie pour la perméabilité et en intégrant selon la verticale  $O_z$  supposée direction principale d'anisotropie, il vient successivement :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + q \quad (3.30)$$

Soit en intégrant et en tenant compte de  $\partial h / \partial z = 0$  (hypothèse de Dupuit) :

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial h}{\partial x}) dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial h}{\partial y}) dz = \int_{z_1}^{z_2} S_s \frac{\partial h}{\partial t} dz + \int_{z_1}^{z_2} q dz \quad (3.31)$$

Soit encore, en admettant que  $z_1$  et  $z_2$  varient peu en fonction de  $x$  et  $y$  :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \int_{z_1}^{z_2} K_x dx \right) \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( \int_{z_1}^{z_2} K_y dy \right) \frac{\partial}{\partial y} \right) = \left( \int_{z_1}^{z_2} S_s dz \right) + \left( \int_{z_1}^{z_2} q dz \right) \quad (3.32)$$

En posant :

$T_x = \int_{z_1}^{z_2} K_x dz$  : Transmissivité de l'aquifère suivant les directions  $O_x$  [ $m^2/s$ ];

$T_y = \int_{z_1}^{z_2} K_y dz$  : Transmissivité de l'aquifère suivant les directions  $O_y$  [ $m^2/s$ ];

$S = \int_{z_1}^{z_2} S_s dz$  : Coefficient d'emménagement (sans dimension);

$Q = \int_{z_1}^{z_2} q dz$  : Débit total prélevé par unité de surface.

L'équation de diffusivité à trois dimensions dans un repère cartésien dont la fonction niveau piézométrique  $h(x, y)$  est la solution de cette équation, devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = Q + S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.33)$$

La notion de transmissivité est introduite dans l'équation finale de diffusivité, elle s'étend au cas des nappes libres dans la mesure où l'on admet que cette  $T$  peut dépendre de la cote piézométrique  $h$  et de la distribution verticale de la perméabilité de l'aquifère. Par contre, la notion d'emménagement  $S$  n'est pas transposable aux nappes libres car le VER présente un volume variable assujéti aux variations de  $h$ . La notion de porosité de drainage  $\varepsilon_d$  du milieu poreux s'y substitue. Le stockage et le destockage d'eau correspondent dès lors à des phénomènes d'humidification ou de drainage du milieu selon le sens de déplacement de la surface libre en fonction du temps.

### 3.2.4 Equation de dispersion à deux dimensions

Les mines, les produits pétroliers et l'agriculture sont des sources majeures de pollution de l'environnement. Les quantités de rejet, infiltrées des champs fertilisées par exemple, augmente les teneurs en nitrates dans le sol et les puits et dépasse les capacités d'autoépuration de certains rivières, aquifères et sols (Peng et al., 2002). Plusieurs modèles mathématiques ont été développés afin de simuler la qualité de l'eau dans les cours d'eau et réseau fluvial, les lacs, les réservoirs aquifères et les sols, dans les zones urbaines et les estuaires (James, 1993). La prédiction environnementale est la quantification de l'état de l'environnement future, se basant sur ses conditions passées et actuelles. Elle fournit une solide base dans la gestion et la protection environnementales (Peng et al., 2002). La modélisation hydrogéochimique des aquifères en est un outil efficace, elle se base, simultanément, sur les équations de l'hydrodynamique (équation de diffusivité) et les équations de distribution des polluants (équation de dispersion).

Lorsqu'une quantité de matière est rejetée dans l'aquifère, il se forme un nuage qui est soumis aux effets des processus hydrodynamiques, qui sont la convection, la diffusion et la dispersion cinématique. Sous lesquelles est influencée la propagation d'éléments dissous dans une nappe. Ajoutons à cela, les échanges avec la phase solide et la phase eau

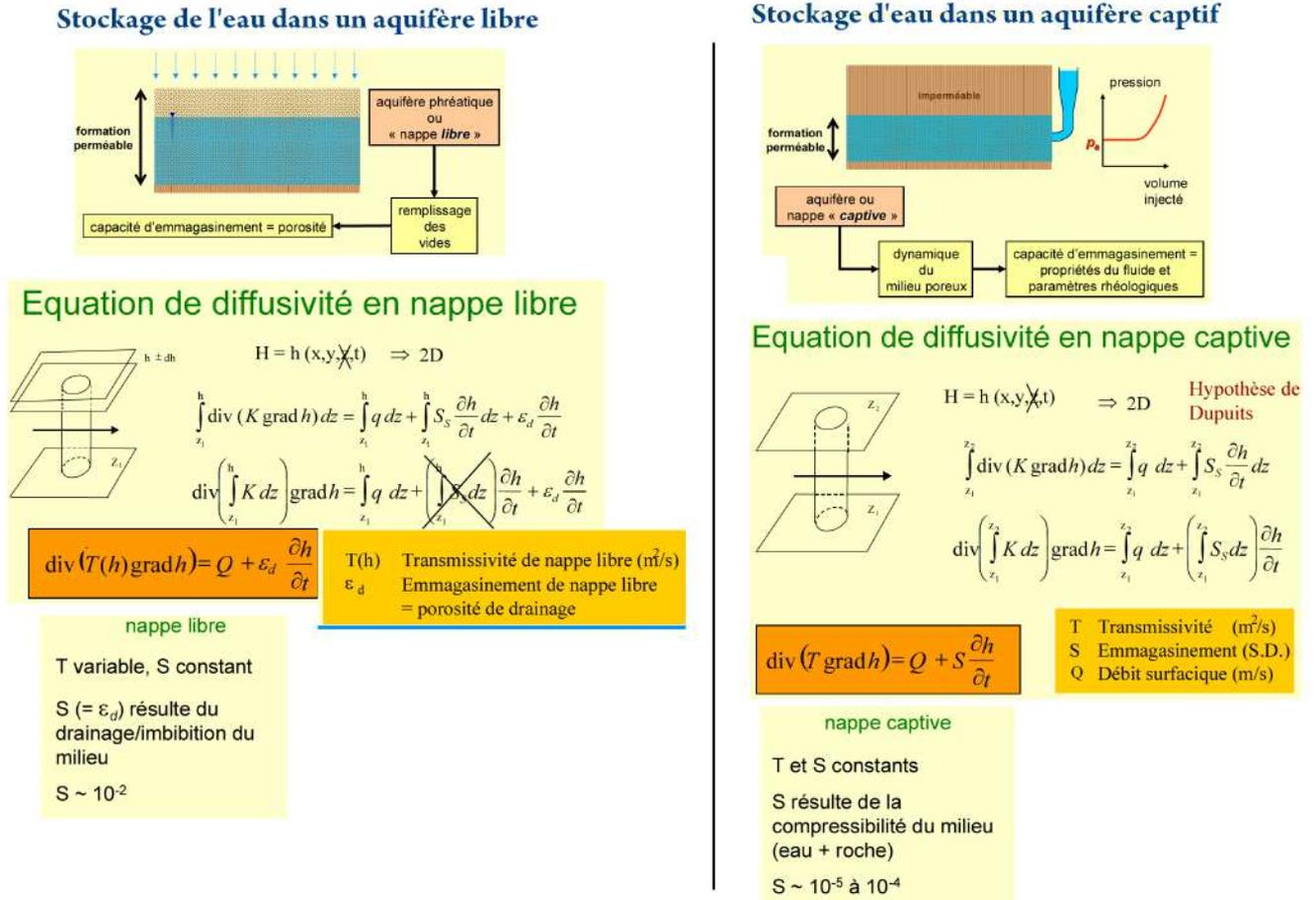


FIGURE 3.7 – Représentation des nappes libre et captive dans un modèle mathématique : équation de diffusivité (Ledoux, 2009)

immobile, et la dégradation ou la biodégradation.

L'équation de dispersion fait intervenir la concentration en éléments dissous  $C$ . L'hétérogénéité verticale de la perméabilité horizontale, qui était sans conséquence sur le niveau piézométrique, joue un rôle fondamental sur la vitesse de transfert du polluant en fonction de la variabilité des faciès lithologiques. C'est ainsi qu'on a mis en évidence le coefficient de dispersion qui dépend de la distance parcourue ou effet de parcours. Il existe une proportionnalité entre le coefficient de dispersion et la vitesse de l'eau, ce coefficient s'appelle dispersivité,  $\alpha$  et est différent selon la direction par rapport à l'écoulement (Atteia, 2011) :

$$D_L = \alpha_L \nu \tag{3.34}$$

$$D_T = \alpha_T \nu \tag{3.35}$$

$D_L$  et  $D_T$  sont respectivement la dispersion longitudinale et transversale et  $\nu$  est la vitesse de l'eau dans le pore.

La dispersion cinématique est le résultat de l'existence d'un champ de vitesse réel fort complexe. Le transfert d'un polluant se décompose en terme convectif représentant le

déplacement moyen et un terme dispersif intégrant les effets des hétérogénéités. La loi de transfert par dispersion représentant ces phénomènes de mélange analogue à la loi de Fick s'écrit (De Marsily, 1986) :

$$\vec{\phi} = -\overline{D} \overrightarrow{grad} C \tag{3.36}$$

avec  $\overline{D}$  un coefficient de dispersion qui est un tenseur de dispersion et s'exprime dans les directions principales d'anisotropie comme suit :

$$D = \begin{vmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{vmatrix}$$

Au final, l'équation de dispersion à deux dimensions (sans l'hétérogénéité verticale selon Z), s'exprimant dans un repère cartésien  $O_x, O_y$  (figure 3.8), s'écrit (Ledoux, 2000) :

$$\frac{\partial}{\partial x} (D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x}) + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x C) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y C) = \varepsilon_C \frac{\partial C}{\partial t} + (1 - \varepsilon_C) \rho_S \frac{\partial F}{\partial t} \tag{3.37}$$

$F$  est la concentration massique dans la fraction immobile ;  
 $C$  est la concentration volumique dans l'eau mobile ;  
 $V_x$  et  $V_y$  sont des composantes de la vitesse de Darcy moyenne horizontale.

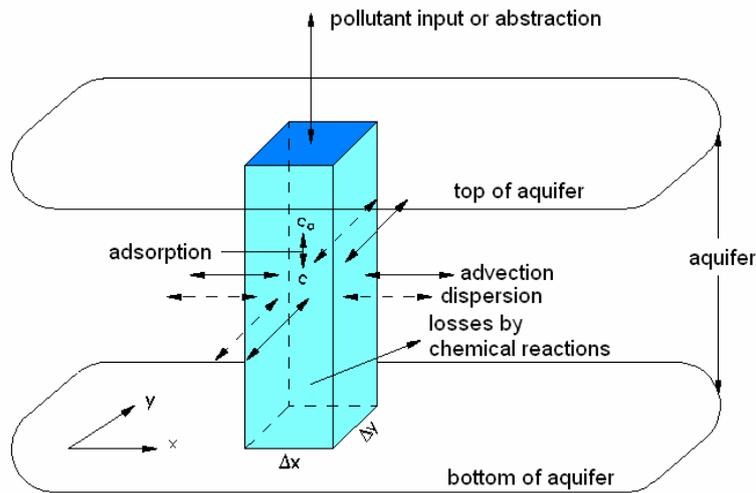


FIGURE 3.8 – Représentation de l'équation du transport (Rausch, 2010)

Nous revenons, plus en détail, sur ces équations et le principe de la modélisation hydrogéochimique dans mon cours du même intitulé, dispensé en Master 2 Hydrogéologie à l'Université de Jijel.

---

# Chapitre 4

## Résolution numérique de l'équation de diffusivité

### 4.1 Introduction

Il existe trois types de solutions de l'équation de diffusivité :

- *Résolutions graphiques* : il s'agit d'une construction d'un réseau d'écoulement (flow net) à l'aide des équipotentielles et des lignes de courants (milieu homogène, isotrope, etc.)
- *Résolutions analytiques* : exactes et utilisées pour des systèmes simples dont le milieu est homogène et isotrope,
- *Résolutions numériques* : approximatives et utilisées pour des systèmes complexes dont la géométrie est variable, le milieu est hétérogène. Elle transforme un système d'équations différentielles en un système d'équations algébriques. On doit définir la géométrie (1D, 2D, 3D) du système à résoudre pour obtenir une solution approximative  $h(x, y, z, t)$ .

Toutefois, les solutions analytiques de l'équation de diffusivité sont limitées aux systèmes homogènes, avec des vitesses uniformes, et une géométrie simple. Pour résoudre l'équation dans des systèmes hétérogènes, avec des vitesses non-uniformes et des géométries complexes, il faut utiliser une solution numérique. Plusieurs méthodes numériques existent : Eulerian method, Lagrangian method et Mixed Eulerian-Lagrangian method (NGCLC, 2001), mais la méthode la plus simple utilise les différences finies (Molson, 2014). Une solution numérique des équations de transport peut être adoptée au détriment des solutions analytiques pour ces raisons (De Marsily, 2004) :

- le domaine d'écoulement est limité par des limites complexes alors que les solutions analytiques s'appliquent à des milieux infinis ou semi-infinis ;
- le problème est non-linéaire et n'existe pas de solution analytique ;
- les propriétés du milieu varient dans l'espace, tandis que les solutions analytiques supposent que le milieu est homogène, ce qui n'est pas le cas en réalité où le sous-sol est parsemé de nombreuses hétérogénéités (lentilles de sables, argiles) ;
- la géométrie et la grandeur des sources sont trop complexes pour être représentées que par une source ponctuelle.

La résolution numérique se base sur le maillage, qui est la représentation du domaine étudié par l'assemblage des mailles (Différences finies), d'éléments (Eléments finis) ou de

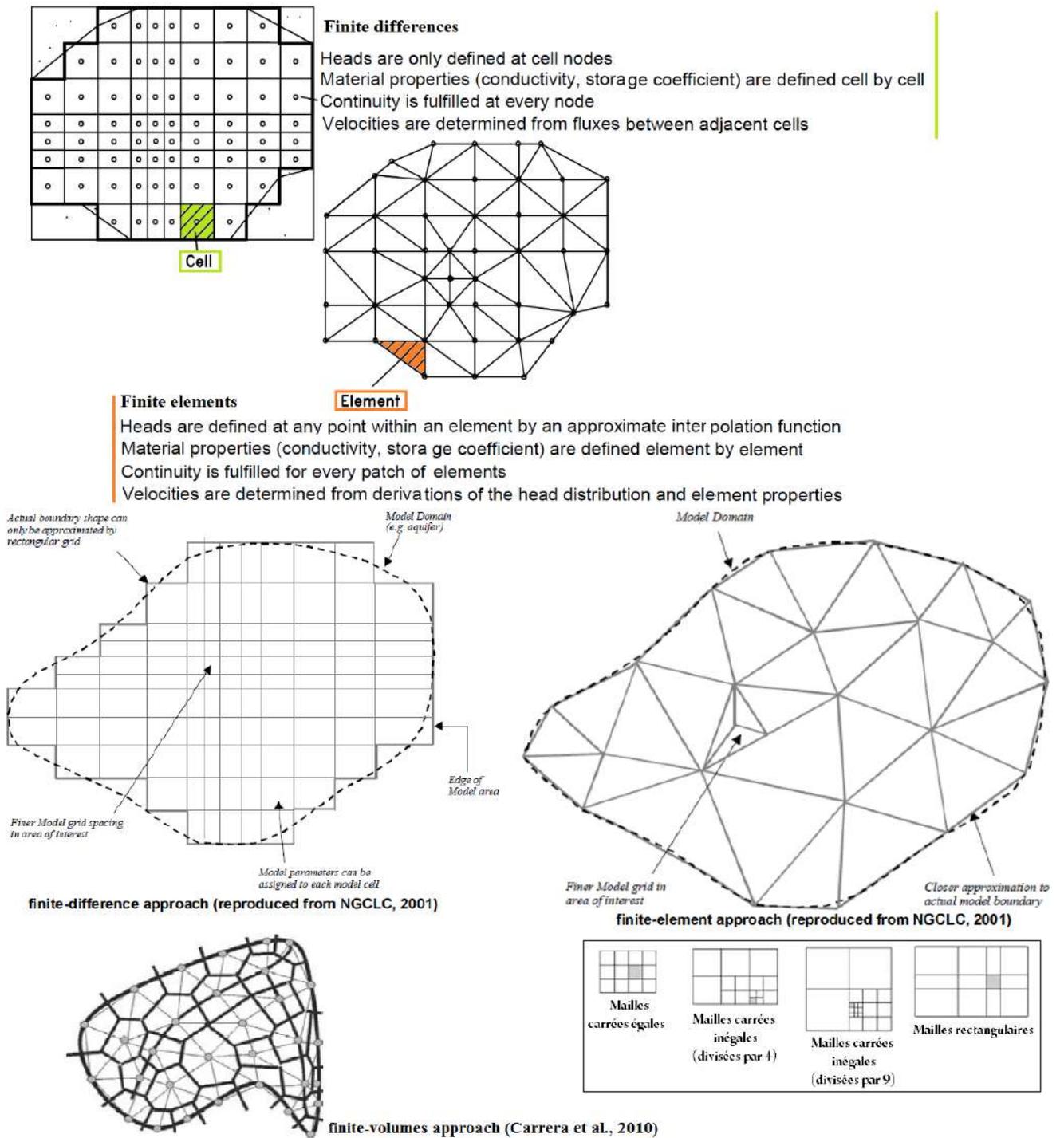


FIGURE 4.1 – Méthodes de résolution numérique (Rausch, 2010), Approches de discrétisation (NGCLC, 2001, Carrera et al., 2010) et Taille et forme des mailles (Ledoux, 2003)

régions (Eléments frontières et éléments analytiques) (Dassargues, 1995). Il existe trois approches de résolution numérique de l'équation de diffusivité :

## 4.2 Différences finies

Elles permettent la résolution de problèmes régionaux d'écoulement des nappes, en une ou deux dimensions, dans des systèmes multicouches ou en trois dimensions. Toutefois, l'approche peut représenter les hétérogénéités des propriétés du milieu. La discrétisation de l'espace en mailles carrées ou rectangulaires régulières présente une grande facilité d'emploi pour la mise en oeuvre des modèles et la programmation des algorithmes. Cela consiste à découper le domaine en mailles géométriques. Le cas le plus simple est la grille constituée de mailles rectangulaires, mais il est possible de la raffiner dans les zones d'intérêt, soit en diminuant la taille des lignes et des colonnes : maillage écossais, soit en divisant localement les mailles en plusieurs petites mailles : maillage gigogne (Atteia, 2011). Cette technique devient, cependant, encombrante par suite de l'augmentation du nombre de mailles. Il est évident que pour une même précision, il y aura un plus grand nombre de mailles carrées égales que de mailles inégales, choisies plus petites dans les zones sensibles. Mais un modèle à mailles égales est beaucoup plus facile à utiliser. La résolution de l'équation se fera soit au centre de la maille soit au noeud. La résolution ne respecte pas les frontières du domaine complexe étudié. Aux frontières, les mailles ne respectent pas correctement le champs d'étude (raffinement).

Par ailleurs, la taille du domaine modélisé dépend de l'échelle du projet : locale, intermédiaire, régionale et la portée spatiale des impacts prévisibles. Mais aussi de la précision souhaitée sur les calculs, des contours plus ou moins sinueux des limites, du nombre et de l'éloignement des singularités (puits) et enfin de la capacité de l'ordinateur (Ledoux, 2003). Selon l'étendue du domaine modélisé, les modèles se répartissent en (Wels et al., 2012) :

- *Modèle de bassin-versant* qui englobe entièrement le bassin-versant dans lequel le projet est localisé,
- *Modèle aquifère*, qui comprend l'étendue spatiale connue de l'aquifère principal,
- *Modèle local*, qui définit le domaine modélisé, basé sur des composantes spécifiques du projet à étudier (Retenue d'eau d'un barrage).

### 4.2.1 Différences finies en 1 dimension (1D)

L'idée de base de FD-Method se résume en trois étapes : Calculer le bilan de nappe pour chaque maille du domaine modélisé et exprimer ce bilan en fonction de la charge hydraulique  $h$  (qui est inconnue), on remplacera ensuite  $N = N_x N_y$  dans les équations pour l'estimation de  $h$  et enfin résoudre la série d'équations pour  $h$ . Les résultats sont les charges en fonction de l'espace et du temps ( $h = f(x, y, z, t)$ ). La solution numérique par différences finies est basée sur les séries de Taylor, l'équation d'écoulement simplifiée (1D homogène, régime permanent) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad (4.1)$$

Les différences finies basées sur les séries de Taylor (dans lesquelles on retrouve la dérivée seconde  $f''$ ) sont exprimées :

$$f(x) = f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!}f''(a) + \frac{(x - a)^3}{3!}f'''(a) + \dots + \frac{(x - a)^n}{n!}f^n(a) \quad (4.2)$$

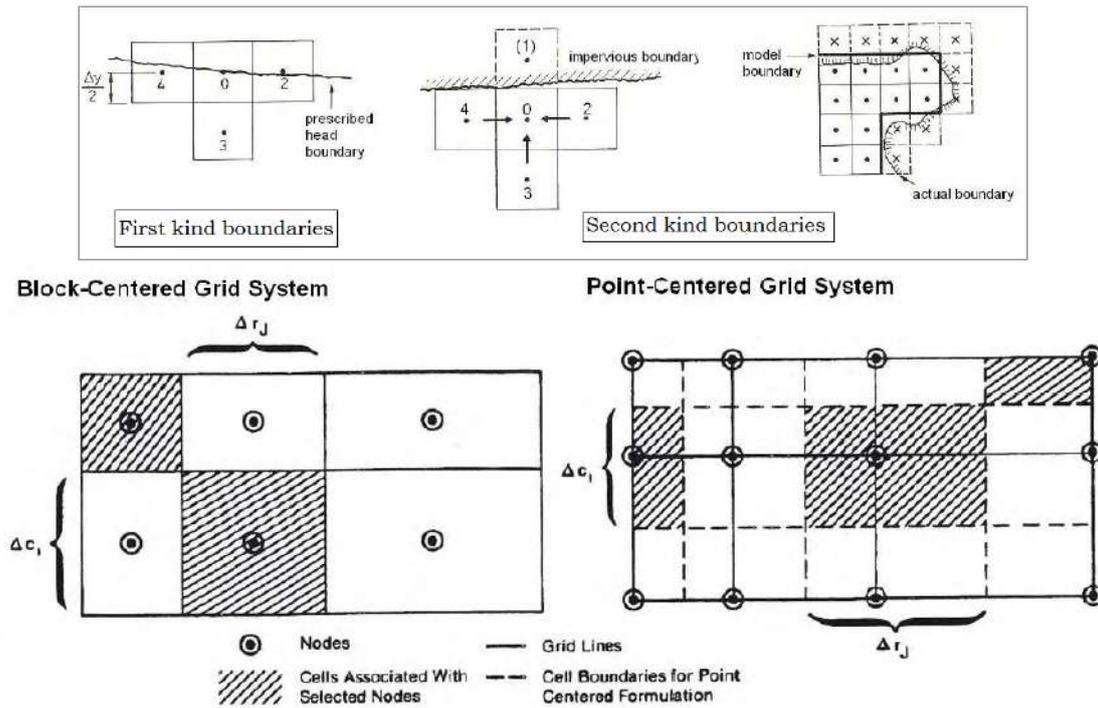


FIGURE 4.2 – Positionnement des noeuds aux limites et comparaison entre grille à mailles centrées et grille à points centrés (Rausch, 2010)

On peut estimer  $f(x + \Delta x)$  à partir de  $f(x)$ , où la fonction  $f$  serait la charge hydraulique :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\Delta x f'(x)}{1!} + \frac{\Delta x^2 f''(x)}{2!} + \frac{\Delta x^3 f'''(x)}{3!} + \dots \quad (4.3)$$

Plus la discrétisation est fine ( $\Delta x$  petit), moins l'erreur sera grande. On applique les séries de Taylor sur les noeuds (différence avant), on obtient :

$$h_{i+1} = h_i + \Delta x \left(\frac{dh}{dx}\right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left(\frac{d^2h}{dx^2}\right)_i + \dots \quad (4.4)$$

$$h_{i-1} = h_i - \Delta x \left(\frac{dh}{dx}\right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left(\frac{d^2h}{dx^2}\right)_i - \dots \quad (4.5)$$

Si on soustrait, on obtient la différence centrale suivante :

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_i = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \quad (4.6)$$

Si on additionne les équations, on obtient :

$$\left(\frac{d^2h}{dx^2}\right)_i = \frac{h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (4.7)$$

Si l'on prend l'équation de Darcy, l'écoulement de la maille  $(i - 1)$  vers la maille  $(i)$  s'écrira (Frind, 2002) :

$$Q_{i-1,i} = -KA \frac{\Delta h_{i-1,i}}{\Delta x} \quad (4.8)$$

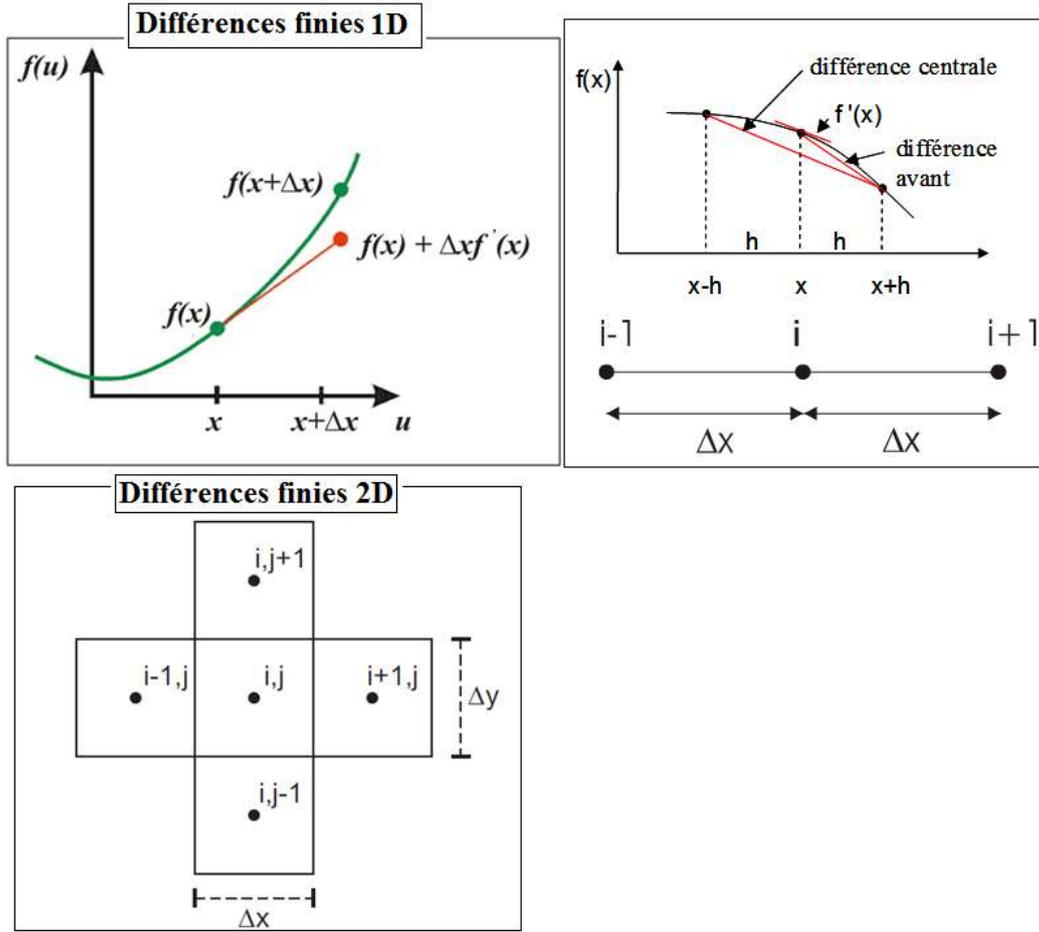


FIGURE 4.3 – Résolution numérique par différences finies 1D et 2D

où  $\Delta h_{i-1,i}$  est la différence de charge entre les mailles  $i-1$  et  $i$ . Il en est de même pour l'écoulement de la maille  $i$  vers la maille  $i+1$

$$Q_{i,i+1} = -KA \frac{\Delta h_{i,i+1}}{\Delta x} \quad (4.9)$$

On peut écrire l'équation du bilan d'eau pour la maille  $i$ . Cette maille possède une longueur de  $\Delta x$  et une section  $A$ , nous appliquons le bilan d'eau pour le pas de temps  $\Delta t$ , on obtient :

$$Q_{i-1,i} - Q_{i,i+1} = S_s \Delta x A \frac{\Delta h_i}{\Delta t} \quad (4.10)$$

où  $\frac{\Delta h_i}{\Delta t}$  est la variation de la charge dans la maille  $i$  sur un pas de temps  $\Delta t$ , on substitue l'équation de Darcy :

$$-KA \frac{\Delta h_{i-1,i}}{\Delta x} + KA \frac{\Delta h_{i,i+1}}{\Delta x} = S_s \Delta x A \frac{\Delta h_i}{\Delta t} \quad (4.11)$$

Maintenant, désignons la variation de charge  $\frac{\Delta h_i}{\Delta t}$  par  $(h_i^{new} - h_i^{old})/\Delta t$ , où  $h^{new}$  est la valeur calculée à la fin du pas de temps et  $h^{old}$  est la valeur calculée au début du pas de temps. Notre équation deviendra :

$$-K \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} + K \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x} = S_s \Delta x \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \quad (4.12)$$

La seule inconnue est le terme  $h_i^{new}$ , on multiplie chaque terme par  $\frac{\Delta t}{(S_s \Delta x)}$  et puis on met :  $\rho = \frac{K \Delta t}{S_s \Delta x^2}$  et on s'arrange pour obtenir :

$$h_i^{new} = (1 - 2\rho)h_i^{old} + \rho(h_{i-1} + h_{i+1})^{old} \quad (4.13)$$

Cette équation est connue comme solution explicite qui exprime la charge au noeud  $i$  au pas de temps en termes de charge au précédent pas de temps dans le même noeud et son plus proche voisin dans les deux directions. Dans la dernière maille, une condition au limite spécifiée est demandée, soit une condition de Dirichlet, soit une condition de Neuman dans laquelle le gradient  $\frac{\partial h}{\partial x}$  ou flux  $q$  dans la limite est fourni. Dans le premier cas, on met  $h_{i-1} = 1$  et  $h_n = 0$  (où  $n$  est le dernier noeud). On résout ensuite uniquement les valeurs du noeud restant de  $h$ . Un problème mineur apparaît ici dans les noeuds aux extrémités ne sont pas localisés dans l'actuel limite du domaine physique, mais à  $x = \frac{\Delta x}{2}$  et  $x = \frac{L-\Delta x}{2}$  lorsque la condition aux limites est usuellement donnée aux extrémités du domaine physique. L'erreur résultante devient petite quand la grille est raffinée. On introduit une mince maille-limite, maille 0 à  $x = 0$ , la distance du centre de la maille 0 au centre de la maille  $i - 1$  est  $\frac{\Delta x}{2}$ . La condition à la charge fixe est attribuée à la maille 0, tandis que'une autre équation est écrite pour la maille  $i - 1$ . L'équation du bilan d'eau de la maille  $i - 1$  est

$$-K \frac{h_{i-1} - h_0}{\Delta x/2} + K \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} = S_s \Delta x A \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \quad (4.14)$$

où  $h_0$  est le valeur de la charge à la limite spécifiée. Multiplions par  $\frac{\Delta t}{S_s \Delta x S}$  et introduisant  $\rho$ , on obtient :

$$h_{i-1}^{new} = (1 - 3\rho)h_{i-1}^{old} + \rho(2h_0 + h_i)^{old} \quad (4.15)$$

Dans le second cas, on considère l'équation du bilan d'eau pour la maille  $i - 1$ , où le flux entrant à gauche est le flux de limite  $q_b$  sur la section  $A$  :

$$q_b A + K A \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} = S_s \Delta x A \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \quad (4.16)$$

Encore une fois, on multiplie chaque terme par  $\frac{\Delta t}{S_s \Delta x S}$ , et introduisant  $\rho$ , on obtient :

$$h_{i-1}^{new} = (1 - \rho)h_{i-1}^{old} + \rho(h_i^{old} + \Delta x \frac{q_b}{K}) \quad (4.17)$$

## 4.2.2 Différences finies en 2 dimensions (2D)

Considérons un aquifère dont l'épaisseur est constante dans une unité dimensionnel (1m), la conductivité hydraulique serait égale à la transmissivité et le stockage spécifique égale à l'emmagasinement. L'aquifère est entièrement captif et, pour peu de temps, reçoit une recharge du haut ou du bas. Nous divisons le domaine 2D en grille composé de lignes ( $i = 1,2,3,\dots$ ) et de colonnes ( $j = 1,2,3,\dots$ ) de mailles. Chaque maille est dénotée par les indices  $i, j$  (Figure). Chaque maille possède 4 côtés à travers lesquels se produisent les entrées et les sorties. La taille des mailles est  $\Delta x \Delta y$ .

Pour développer l'équation numérique que nous pouvons résoudre en régime transitoire dans un système 2D, nous commencerons par l'équation du bilan d'eau. Ecrivons les termes entrées/sorties à travers les 4 côtés d'une maille dans la forme correspondant à l'équation de Darcy :

### 4.3 Eléments finis

Plus compliqués à utiliser mais capable de traiter toutes les directions d'anisotropie. Ils sont est idéale pour résoudre les problèmes à limites mobiles, ceux ayant une surface libre et une interface abrupte entre eau douce et eau salée ou entre deux fluides immiscibles. Mais aussi les **approches d'éléments aux limites** ou d'intégrales de limites dont l'avantage principal réside en leur précision du calcul qui ne dépend pas de la taille des éléments utilisés.

---

# Chapitre 5

## Phases de construction d'un modèle en hydrogéologie

### 5.1 Introduction

Tout modèle doit comporter trois phases de construction (Bertrandias, 1994, Das-sargues, 1995) :

- **Modèle conceptuel**, qui consiste à construire un modèle en adoptant une série d'hypothèses qui visent à simplifier le problème réel (géométrie et conditions des frontières, nature des matériaux géologiques, phases de fluides, mécanismes de transport, échanges, etc.) ;
- **Modèle mathématique**, au phénomène étudié est associé un modèle mathématique exprimé par une équation différentielle. Ce sont des équations exprimant les bilans des quantités extensives considérées (masse des fluides, des composés), des équations de flux, des conditions initiales et des conditions aux frontières ;
- **Modèle numérique**, souvent la solution analytique n'est pas adaptée (limites irrégulières, hétérogénéité du milieu, non-linéarité des problèmes), le modèle numérique intervient. Il permet d'effectuer un cycle interne d'itérations d'un problème sur la valeur du paramètre non-linéaire. Sa solution est trouvée en des points discrets du domaine spatio-temporel, ses équations aux dérivées partielles sont remplacées par un système d'équations algébriques en fonction des variables d'état comme inconnues et la solution du problème est obtenue pour le set spécifié de valeurs des paramètres.

Sur un plan pratique, les étapes de développement d'un modèle de circulation d'eau souterraine (figure 5.1, sont (Kessasra, 2015) :

- Définir l'objectif principal du modèle ;
- Collecter et analyser les données disponibles sur l'hydrosystème et construire sa base de données ;
- Développer une représentation de la réalité qui décrit ses caractéristiques importantes, sous forme systémique, afin d'aboutir au modèle conceptuel ;
- Traduire le fonctionnement obtenu en code informatique au travers d'équations mathématiques ;
- Calage du modèle en permanent, en ajustant les paramètres et coefficients sur une

partie de la série de données ;

- Analyse des sensibilités du modèle et sa validation sur le reste de la série de données, en vérifiant si le comportement de notre modèle se rapproche bien de la réalité ;
- Calage et tests de sensibilité en régime transitoire ;
- Dispositif d'exploitation par scénarios en vue d'une gestion rationnelle des ressources en eau.

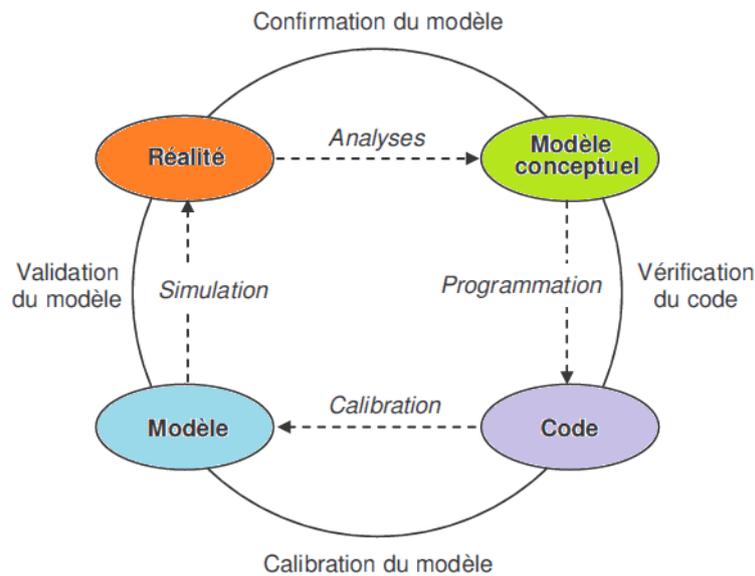


FIGURE 5.1 – Éléments de la terminologie de la modélisation (Schlesinger et al., 1979)

## 5.2 Conditions aux limites

La résolution des équations ne peut s'effectuer, sans formulation explicite de la condition initiale et des conditions aux limites. La condition initiale consiste à connaître la distribution du potentiel hydraulique en tout point du domaine au temps initial. Les conditions aux limites concernent les règles d'échange des flux entre le domaine modélisé et le milieu extérieur (flux d'eau, flux de matière migrant avec l'eau, ou flux de chaleur). Les limites du domaine d'étude doivent coïncider avec des limites physiques où la description des flux puisse être effectuée de manière conceptuelle à partir des observations sur le terrain. Les conditions aux limites sont de trois types, comme le montre la figure 5.2, (De Marsily, 2004) :

- Conditions aux limites de type Dirichlet qui spécifient les potentiels imposés aux frontières du domaine ;
- Conditions aux limites de type Neumann qui spécifient le flux imposé aux limites du domaine ;
- Conditions aux limites de type de Cauchy qui donnent les combinaisons linéaires existants entre le flux et le potentiel hydraulique aux frontières du domaine.

### 5.2.1 Potentiel imposé ou conditions de Dirichlet

Conditions de charges ou de niveaux piézométriques imposés (Potentiel imposé), elles reviennent à spécifier le potentiel (ou la pression) sur les limites où celui-ci est indépendant des flux échangés. Ce sera généralement le long du contact nappe-rivière ou un plan d'eau (Lac, mer, etc.), la charge est constante imposée par la côte de l'eau dans la rivière. Les précipitations sont supérieures au flux d'eau pouvant s'écouler dans la nappe, la charge est voisine de la côte du sol. En pratique, ces conditions peuvent être choisies au contact d'un aquifère et des eaux libres de surface, lorsque les lignes équipotentielles peuvent être distingués (Barrage). Via ce type de limites, des flux énormes peuvent entrer ou sortir du modèle.

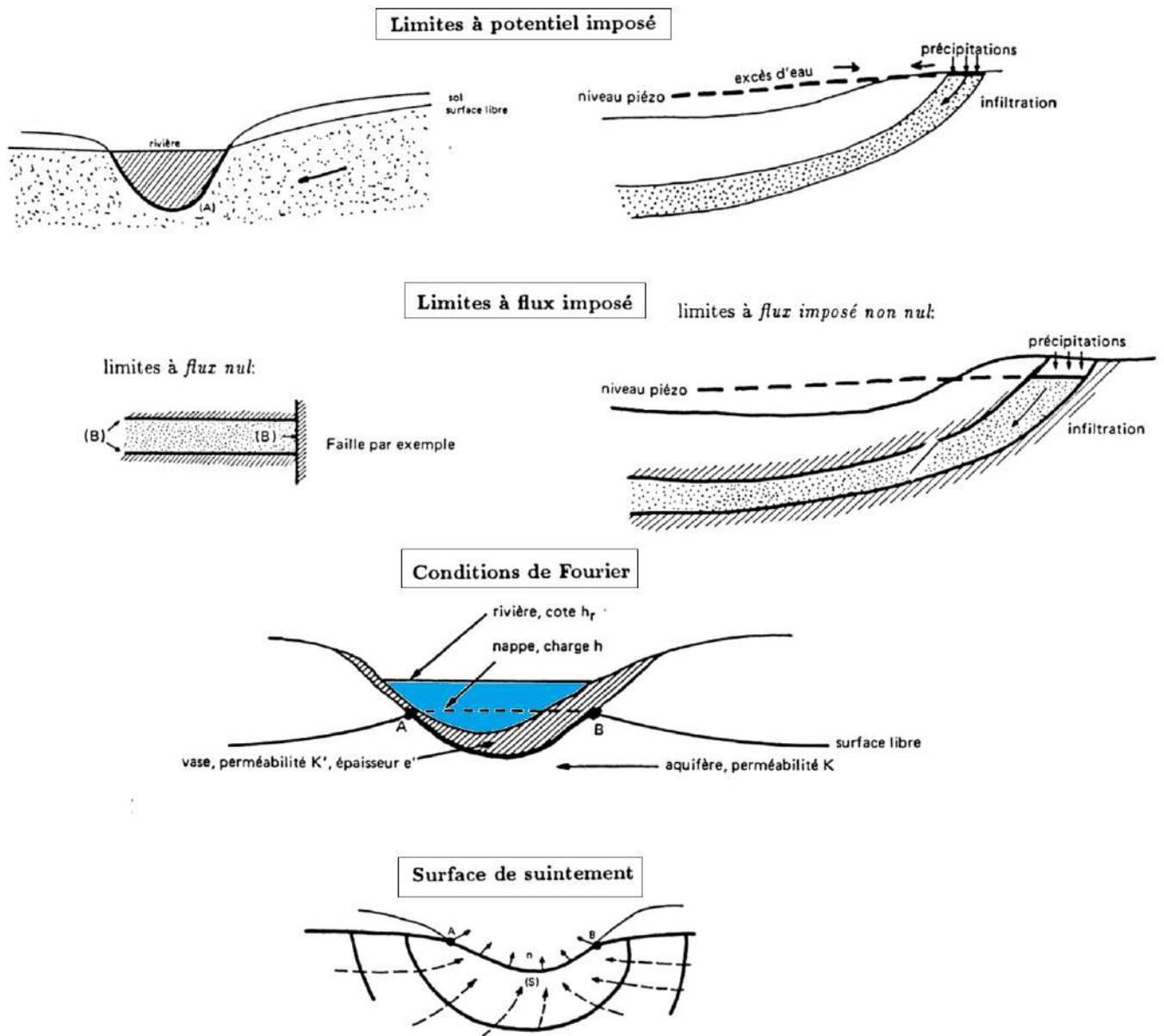


FIGURE 5.2 – Différentes conditions aux limites d'une nappe aquifère (De Marsily, 2004)

### 5.2.2 Flux imposé ou Conditions de Neumann

Conditions de flux ou de débit imposé, les échanges avec le milieu extérieur sont réglés par un flux d'eau traversant une portion donnée de limite indépendamment des hauteurs piézométriques. On distingue :

- La limite à flux nul ( $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ ) : Si la limite correspond à une ligne de courant, aucun flux n'est toléré perpendiculairement, le flux spécifié est nul (Conditions de frontières imperméable), au contact d'une formation aquifère avec un imperméable.

- Les limites à flux imposé non-nul : un affleurement dans une zone où le taux d'infiltration de la pluie est inférieur aux possibilités d'ingestion de la nappe. C'est le taux d'infiltration de la pluie qui fera le flux entrant. On a également un prélèvement à débit imposé dans un ouvrage (Puits, forages) constitue également une limite à flux imposé.

### 5.2.3 Conditions de Fourier

Imaginons une rivière drainant (ou alimentant) une nappe libre mais dont le fond serait colmaté par une couche de vase peu perméable. La différence de charge  $\Delta h = h_{riv} - h_{npp}$  crée le gradient nécessaire à l'écoulement d'un certain débit  $q$  par unité de surface de contact nappe-rivière d'après la loi de Darcy :

$$q = K' \frac{\Delta h}{e'} = K' \frac{h_r - h}{e'} \quad (5.1)$$

Le débit  $q$  est donné par la loi de Darcy :

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial n} \quad (5.2)$$

Par conservation du flux à la traversée de l'interface AB, on peut écrire :

$$-K \frac{\partial h}{\partial n} + \frac{K'}{e'} h = \frac{K'}{e'} h_r \quad (5.3)$$

### 5.2.4 Surface de suintement

Quand l'eau d'une nappe sourd vers l'extérieur, le long d'une ligne d'émergence, la surface de contact S est dite surface de suintement. Où :  $h = z$  car la pression est égale à la pression atmosphérique et  $\frac{\partial h}{\partial n} < 0$  : Si n est orienté vers l'extérieur, le flux de la nappe est sortant.

## 5.3 Modélisation en régime permanent

Dans les conditions en régime permanent, on admet que les termes du bilan en eau de la nappe, exprimés dans les conditions aux limites et dans le débit algébrique prélevé, sont invariants dans le temps et l'on recherche l'état stationnaire correspondant. Le régime permanent est donc une condition qui caractérise un aquifère avant qu'une variation ne lui soit introduite (Bandani et al., 2011). Toutefois, les simulations sont basées sur deux principaux processus : *le calage et la validation*. D'une part, *le calage* est le processus d'ajustement de paramètres et flux tels que la perméabilité et la recharge, dans des

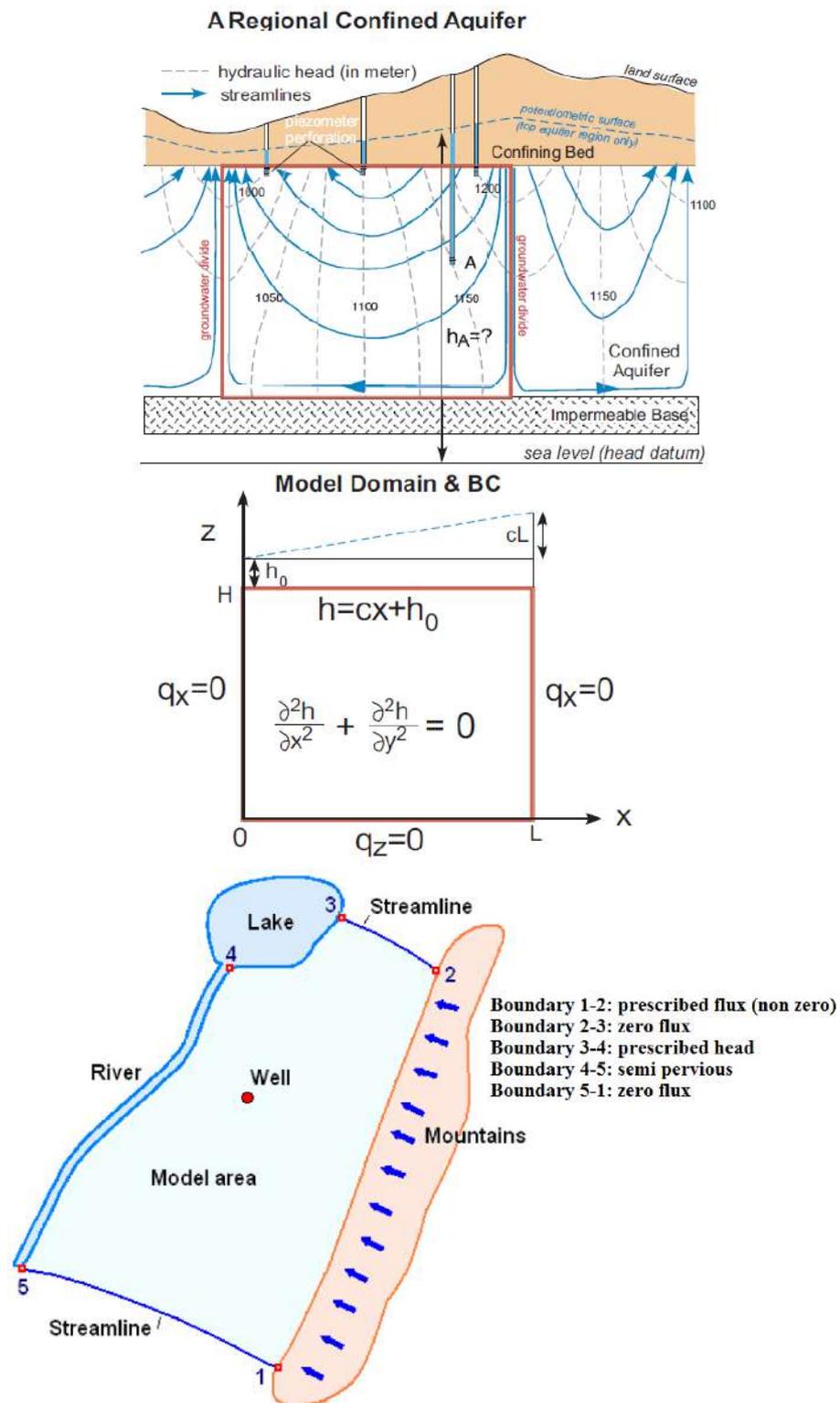


FIGURE 5.3 – Conditions aux limites et domaine modélisé (Zheng, 2011) et exemple de conditions aux limites (Rausch, 2010)

gammes raisonnables, afin qu'ils puissent correspondre aux observations et mesures de terrain. D'autre part, *la validation* est un processus visant à tester le modèle calibré en état d'équilibre en démontrant qu'il peut prévoir avec succès un ensemble d'observations

non-utilisées précédemment dans son calage (Wels, 2012). La calibration et la validation du modèle s'assurent donc qu'il soit capable de produire des résultats conformes aux données de terrain. Si les résultats ne sont pas concluants il peut être nécessaire de réviser le modèle conceptuel. Enfin, l'hydrogéologue exploite son modèle pour répondre à l'objectif initialement posé de prédiction, de visualisation de l'état de l'aquifère (Janssens-Coron, 2007). Les processus de calage et de validation peuvent inclure plusieurs itérations (Wels, 2012) :

- L'examen initial du calage et de validation du modèle : des données existantes sont comparées aux résultats issus des simulations et du calage ;
- Les données ou les écarts de performance sont identifiés : évaluer le taux d'erreurs du modèle ;
- En supposant que les écarts de performance ne peuvent pas être atteints ou améliorés à travers des modifications acceptables introduites sur le modèle conceptuel ou des variations plausibles dans les paramètres, il faudrait prendre une décision qui consiste à rassembler plus de données avant de confirmer la validation du modèle pour pouvoir atteindre les objectifs fixés et procéder à des simulations prédictives.

A ce titre, les paramètres de calage qui sont communément utilisés dans les modèles se regroupent en :

- Propriétés hydrauliques, choisies par l'identification et la cartographie des zones de propriétés hydrauliques semblables. Les hauteurs d'eau à un ou plusieurs points répartis sur l'étendue de l'aquifère et peuvent inclure des hauteurs observées dans plusieurs unités hydrogéologiques superposées ;
- Taux de recharge, évalué en se basant sur l'étude locale ou régionale des précipitations, du bilan d'eau, du type de couverture, des propriétés des sols, mais aussi du flux de décharge d'eau souterraine dans le réseau de drainage superficiel (réseau hydrographique). D'autres flux parfois utilisés dans le calage du modèle incluent l'infiltration nette dans la nappe (recharge), des pertes de suintement (cours d'eau et lacs) et des volumes pompés des forages (exploitation) ainsi que ceux injectés dans l'aquifère (Recharge artificielle).

### 5.3.1 Calage du modèle

Le calage d'un modèle hydrogéologique permet d'identifier les données non-mesurées (paramètres hydrodynamiques, recharge, conditions aux limites) en ajustant les hauteurs piézométriques calculées aux hauteurs mesurées. Cet ajustement peut être effectué de manière manuelle par essais-erreurs (Trial-and-errors) ou à l'aide d'algorithme de minimisation (calage automatique). Cette méthode permet de proposer plusieurs jeux de données cohérents avec l'ensemble des informations quantitatives (niveaux de nappe, valeurs de transmissivité) et qualitatives (zonation, ordre de grandeur de la recharge) disponibles. Cette recherche de l'ensemble des solutions possibles et compatibles avec toute l'information existante, permet une évaluation des imprécisions liées au calage du modèle, imprécisions qui peuvent avoir un effet important sur la fiabilité des prédictions futures. Souvent, certaines de ces informations ne sont pas disponibles, il faut les estimer. On utilise pour cela un jeu de données de terrain, des valeurs mesurées *In-situ*, qui ne peut pas servir ultérieurement à la validation du modèle.

La transmissivité est considérée, comme facteur clé du calage. Se fait par une généralisation de  $T$  dans l'ensemble des noeuds, suivie d'un ajustement direct et progressif dans chaque maille pour se rapprocher du gradient de charge observé, autrement dit, permettre une meilleure adéquation entre les résultats de calcul et ceux de terrain. Les valeurs de  $T$  doivent être ajustées jusqu'à ce que les isopièzes tendent à se superposer. Quelles que soient les données de départ, le système évolue rapidement, puis de plus en plus lentement vers une situation stable. La **stratégie du calage** commence par zones aval vers les zones amont, on enregistre les résultats de  $T$ . On aura une base de données calculées de  $h$ . On calcule l'ajustement entre la piézométrie calculée et celle observée pour toutes les mailles. Lorsque le calage des deux piézométries calculée et observée est correct, il est nécessaire de vérifier la conservation des flux en eau. Le code numérique permet d'accéder au bilan en eau de chacun des termes d'écoulement et au bilan total. Si le calage piézométrique effectué simule très correctement la piézométrie de référence, il présentera un bilan total presque nul. Mais ceci n'est toujours pas le cas en raison des erreurs d'estimation et de calage.

Parmi les autres paramètres qu'on utilise, la géométrie des réservoirs aquifères qui conditionne les résultats des modèles mathématiques. Il s'agit de l'épaisseur de la zone saturée qui, généralement, reste constante si le modèle converge bien.

### 5.3.2 Etude de sensibilité

Avant toute utilisation du modèle, il convient de réaliser une **étude de sensibilité** aux différents paramètres. Cette démarche concerne plus le système étudié que l'outil lui-même. Le modèle calibré peut être utilisé comme base pour un modèle prédictif, en vue de prévoir et d'évaluer la façon dont le système aquifère souterrain puisse changer en réponse aux divers changements, tels que les contraintes hydrologiques et climatiques, les conditions aux frontières (Wels, 2012). La réponse de la nappe aux tests est souvent le dénoyage et l'assèchement des mailles actives (figure 5.4) et la distorsion des isopièzes. L'intérêt d'une telle pratique est multiple car elle permet, tout d'abord, de connaître la précision nécessaire pour l'introduction de chaque paramètre, mais aussi de distinguer les processus qui influenceraient le résultat de ceux qui auront une incidence faible. L'analyse d'incertitude et de sensibilité peut être entreprise pour couvrir les aspects suivants :

- Illustrer et évaluer le degré d'influence des contraintes dans les modèles conceptuels et le degré de fiabilité des résultats des modèles prédictifs (Wels, 2012) ;
- Quantifier l'impact des variations des paramètres estimés (Wels, 2012), déterminer la plage de variation optimum des paramètres, et l'influence d'une variation sur les résultats (Dassargues et Monjoie, 1991) ;
- Étudier les interactions entre paramètres (relations éventuelles) ;
- Fournir un aperçu perspicace sur la façon dont les résultats du modèle peuvent être utilisés.

Par ailleurs, il convient de vérifier le bon fonctionnement du modèle. Des problèmes dus à certains paramètres ou données initiales totalement incorrectes (différents des conditions réelles) qui provoquent une incohérence, à des mauvais choix quant à la discrétisation dans le temps ou dans l'espace, à des options mal choisies pour les ruptures de situation

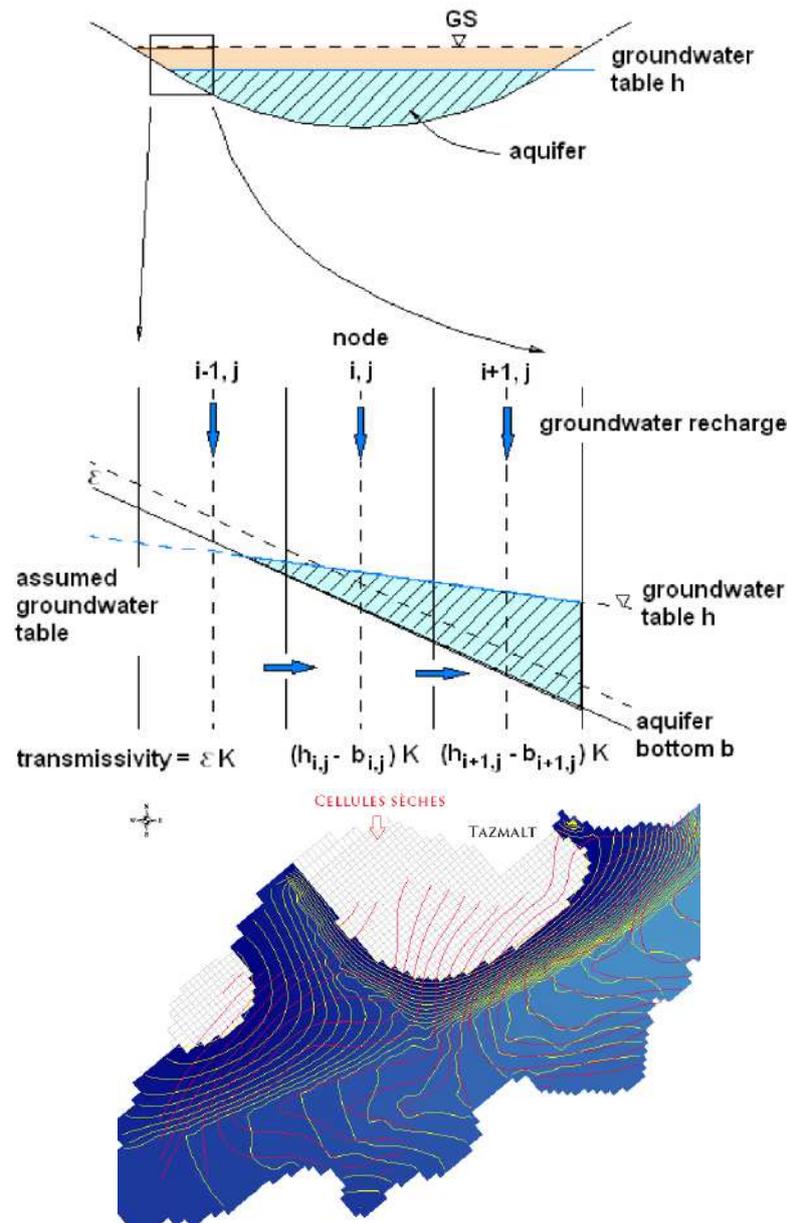


FIGURE 5.4 – Assèchement des mailles dans un aquifère libre (Rausch, 2010) et test de sensibilité à la perméabilité dans la Soummam (Kessasra, 2015)

(passage du régime permanent au transitoire, passage entre deux situations en transitoire différentes).

### 5.3.3 Validation du modèle

La validation d'un modèle est son utilisation dans de nouvelles situations. Le transfert des modèles à une situation nouvelle peut se faire soit, dans le temps, soit dans l'espace. Dans le temps, à partir des entrées et des sorties mesurées, on contrôle les performances du modèle, et donc indirectement du modèle conceptuel, calé sur un site et une période donnés, pour une période temporelle différente de la première. La validation dans le temps est la plus fréquemment utilisée en modélisation quand elle n'est pas l'unique.

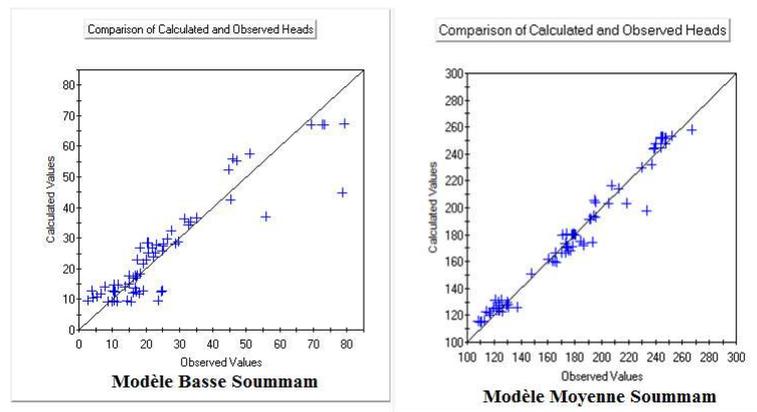


FIGURE 5.5 – Diagrammes de corrélation du modèle de la Soummam (Kessasra, 2015)

Klemes (1986) affirme pourtant qu'elle n'est pas suffisante pour tester la validité de la formulation du modèle conceptuel car la tendance de la série temporelle utilisée dans la validation n'est pas forcément inconnue. En effet, la série temporelle utilisée pour la validation peut contenir la même information que celle de la phase de calage. Le modèle conceptuel fait une interpolation dans un cadre connu, à la place d'une extrapolation dans une nouvelle situation. Klemes propose, pour le calage et la validation d'un modèle conceptuel, l'utilisation de la démarche classique de deux échantillons dans le temps, et de deux échantillons dans l'espace (création de deux modèles différents) pour tester sa transposabilité ou le confronter à de nouvelles conditions hydrologiques.

L'élaboration de la vérification et de la validation du modèle exige l'utilisation de critères quantitatifs et qualitatifs. Des tests statistiques peuvent être utilisés, en vue de la détection d'erreurs systématiques (biais) comme les diagrammes de dispersion (scatter diagrams). Le but est de montrer qu'il n'y a aucune erreur systématique dans la distribution spatiale des différences entre les hauteurs piézométrique modélisées et celles mesurées. Cette représentation graphique est souvent associée à des statistiques d'erreur moyenne. Les charges hydrauliques mesurées placées sur l'axe horizontal et les charges hydrauliques calculées sur l'axe vertical, avec un point représentatif de chaque paire de données d'observation. Ces diagrammes sont utiles dans la détection des valeurs atypiques, du clustering (groupe) et des tendances générales (Kessasra, 2015).

Les tests de validation comprennent également : (1) des critères qualitatifs (comparaisons de graphiques observés et calculés ou de résidus), (2) des critères statistiques quantitatifs (critère de Nash) et (3) une analyse des incertitudes (Nascimento, 1995). Par ailleurs, ces tests peuvent être enrichis par l'analyse comparative des modèles conceptuels qui chacun a généré des codes différents. Les analyses de ce genre en hydrologie et hydrogéologie ont apporté des informations importantes concernant la précision et la complexité des modèles.

## 5.4 Modélisation en régime transitoire

### 5.4.1 Principe

Les modèles d'écoulement permettent (Jensen, 1987) l'étude de bilans (détermination des tendances régionales des écoulements dans le réservoir et leurs interactions avec les eaux de surface, les autres aquifères), les effets des puits de pompage (cônes de dépression et périmètre de protection) et les nouvelles conditions dans la réalimentation de la nappe (changements climatiques, urbanisation, irrigation). Ces deux derniers objectifs appartiennent au régime transitoire. En régime transitoire, on introduit donc une perturbation et on suit, grâce au modèle, la vitesse d'établissement d'un nouvel équilibre dynamique, c'est-à-dire le temps nécessaire à l'établissement d'un nouveau régime permanent. On injecte dans le même modèle des débits d'exploitation afin de suivre la réaction de la nappe par rapport aux prélèvements/injection. Si on calcule T et S pour chaque noeud, on peut calculer le rapport T/S, qui est un moyen de gestion de la nappe.

Ces modèles simulent des problèmes liés aux stress hydriques, aux épisodes de sécheresse, aux cycles d'exploitation, aux changements d'aménagement de surface, à court, moyen et long termes. Les simulations doivent être entamées par des conditions initiales représentatives du milieu souterrain à un pas de temps indiqué, et finissent dans une durée de temps spécifié dans le modèle. En effet, le temps est divisé en des pas de temps, et les charges hydrauliques sont calculées à la fin de chaque pas de temps.

### 5.4.2 Calage en transitoire

Le modèle nécessitera, encore une fois, une phase de calage et de validation. L'objectif de ce processus est d'ajuster les charges calculées par le modèle aux chroniques piézométriques observées sur des piézomètres témoins. Un nouveau paramètre est intégré au calage, il s'agit de l'emménagement de l'aquifère (S), la notion de coefficient d'emménagement n'intervient uniquement qu'en régime transitoire. Mais pour le cas d'une nappe libre, la porosité de drainage s'y substitue. Sur MODFLOW, ce paramètre est intégré sous forme de "Specific Yield". Il fera ensuite l'objet de tests de sensibilité à certains paramètres (porosité de drainage, perméabilités, etc.). Les données requises pour ce genre de simulation sont (Wels, 2012) :

- Les propriétés d'emménagement devraient être spécifiées et les conditions hydrauliques initiales doivent être définies de façon à être représentatives du site d'étude ;
- Les conditions aux limites ajustées sous le régime transitoire (e.g. seasonal recharge flux rate, seasonal river stage variation, diversions of natural streams).
- Des conditions aux limites doivent être vérifiées pour des interactions avec les stress hydrauliques qui se propagent au fil du temps et particulièrement après les temps de simulation ;
- Les données de prélèvement se rapportant aux débits pompés (AEP, irrigation et industrie) ;
- Les données utilisées pour le calage devraient inclure également les essais de pompage, les données de surveillance d'une durée suffisante qui montrent les variations saisonnières et les réponses aux stress artificiels induits par l'extraction ;

- Tester les différentes unités hydrostratigraphiques dans différents endroits afin d’avoir une confiance dans le calage du modèle.

Ce type de simulation permet de mesurer, l’inertie ou à contrario la réactivité du système hydrogéologique. Pour les systèmes peu réactifs, les paramètres hydrogéologiques comme la piézométrie, la transmissivité, ne réagissent que très lentement aux aléas climatiques et au changement dans le rythme d’exploitation de la nappe. Dans ce cas, après avoir démontré ces propriétés par une modélisation utilisant des pas de temps assez petits, il sera possible d’effectuer des calculs plus simples à partir de paramètres globaux (annuels) du climat par exemple. Cette démarche ne sera pas possible pour des systèmes plus réactifs. Généralement, il existe une différence notable entre l’inertie du système pour l’établissement d’un régime permanent en terme de flux d’eau et une inertie nettement plus marquée pour l’établissement d’un régime hydro-salin.

### 5.4.3 Exploitation par scénarios

L’exploitation du modèle par scénarios a pour but de mieux comprendre la réaction de la nappe face aux différentes sollicitations humaines. Suivre l’évolution des niveaux simulés en fonction de l’accroissement de la demande en eau serait d’une utilité pour l’élaboration d’un plan de gestion. A l’issue de chaque scénario, l’examen se portera sur son bilan d’eau, qui est le calcul des bilans de flux d’eau en entrées et sorties du système sur l’ensemble du modèle, ou par zones ou sub-regions. Ces bilans, sous forme de balances, permettent de déterminer la capacité de stockage de la nappe, les calculs d’échanges oued-nappe qui représentent un terme crucial dans la compréhension du fonctionnement des aquifères, et la part de recharge par les pluies et les frontières extérieures (voir notre cas d’étude). Nous rappelons que les activités humaines ont une influence croissante sur les systèmes hydrologiques et qu’il est nécessaire de les prendre en compte dans la modélisation, parmi leurs effets :

- La construction de barrages provoque des effets majeurs sur les régimes d’écoulement. Toutefois, ils permettent de constituer ou distribuer des ressources supplémentaires afin de satisfaire des demandes en eau (Malaterre, 1995 ; Bader, 2004). Cas du barrage de Tichi Haf près d’Akbou ;
- Les changements physiques dans l’usage du sol tels que la déforestation, qui conduit souvent à un accroissement des pointes de crues et de l’érosion des sols (Eckhardt et al., 2003). Le drainage des zones humides modifie souvent le régime des écoulements (Kao et al., 2001). Les pratiques agricoles modifient les conditions d’infiltration et de recharge des eaux souterraines (Leonard et Andrieux, 1998 ; Christin, 2004) et l’urbanisation accroît la rapidité des écoulements, comme dans la ville de Sidi Aich ;
- La demande en eau croissante du fait de l’augmentation des populations (OMM, 1994), des surfaces irriguées et des cultures très consommatrices en eau (AScA, 2006) ;
- L’émission de gaz à effet de serre provoquera une modification climatique avec notamment la réduction de l’énergie solaire et, avec des répercussions sur les systèmes hydrologiques.

---

# Chapitre 6

## Etude de cas : la vallée de la Soummam

### 6.1 Contexte géologique et hydrogéologique

La vallée de la Soummam est située à 150 km à l'Est d'Alger et fait partie du bassin versant de la Soummam figure 6.1. Le linéaire du principal oued, La Soummam, est d'environ 226 km, il est considéré comme étant son principal système de drainage. La vallée est allongée sous forme d'une étroite bande sinueuse orientée sensiblement SW-NE. Sa couverture alluviale comprend d'importants cônes de déjections des affluents des deux rives. Les logs litho-stratigraphiques des forages et la campagne géophysique (CGG, 1970) ont permis de déterminer les caractéristiques géométriques du remplissage alluvionnaire mio-plio-quadernaire. Deux niveaux aquifères ont été identifiés (figure 6.2) :

- les alluvions constituées de galets, graviers et sables séparés par des intercalations argileuses ou graviers à dominante argileuse ;
- un niveau grossier constitué de galets, graviers le plus souvent gréseux et des sables attribués au Miocène. Il est sus-jacent aux argiles et marnes qui constituent le substratum de la nappe.

Ces terrasses alluviales offrent des caractéristiques hydrodynamiques intéressantes en termes d'exploitation. Les plus fortes transmissivités sont enregistrées dans la zone des basses terrasses sur l'axe de la vallée à  $11.15 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$  où le remplissage alluvionnaire à granulométrie grossière est assez important. En revanche, les faibles valeurs sont dues aux imposants remplissages argileux et marno-argileux. Elles sont de l'ordre de  $10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$  près des versants et  $3.47 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$  au niveau des cônes de déjection en bordure de la nappe. Elles ont tendance à s'affaiblir d'amont en aval entre Oued Ghir et l'embouchure en raison de la présence d'une couverture limoneuse qui rend la nappe captive. À titre d'exemple au droit du forage N3 près d'Oued Ghir, elle est de  $0,0083 \text{ m}^2/\text{s}$ . Sur la piézométrie de la nappe des alluvions, on y observe un resserrement des courbes entre Sidi Aich et Il Maten correspondant au verrou hydraulique de Takrietz, dû probablement à l'existence d'un réseau de fractures profondes mettant en contact des terrains de perméabilités différentes. On y constate principalement un drainage de la nappe par l'oued. L'axe de drainage, qui correspond à l'axe de l'ancien lit, recoupe les méandres de l'oued actuel, il est d'orientation Ouest-Est. L'alimentation de la nappe des alluvions est assurée principalement par les infiltrations de la pluie dans les alluvions et les inféro-flux des affluents de la rive gauche.

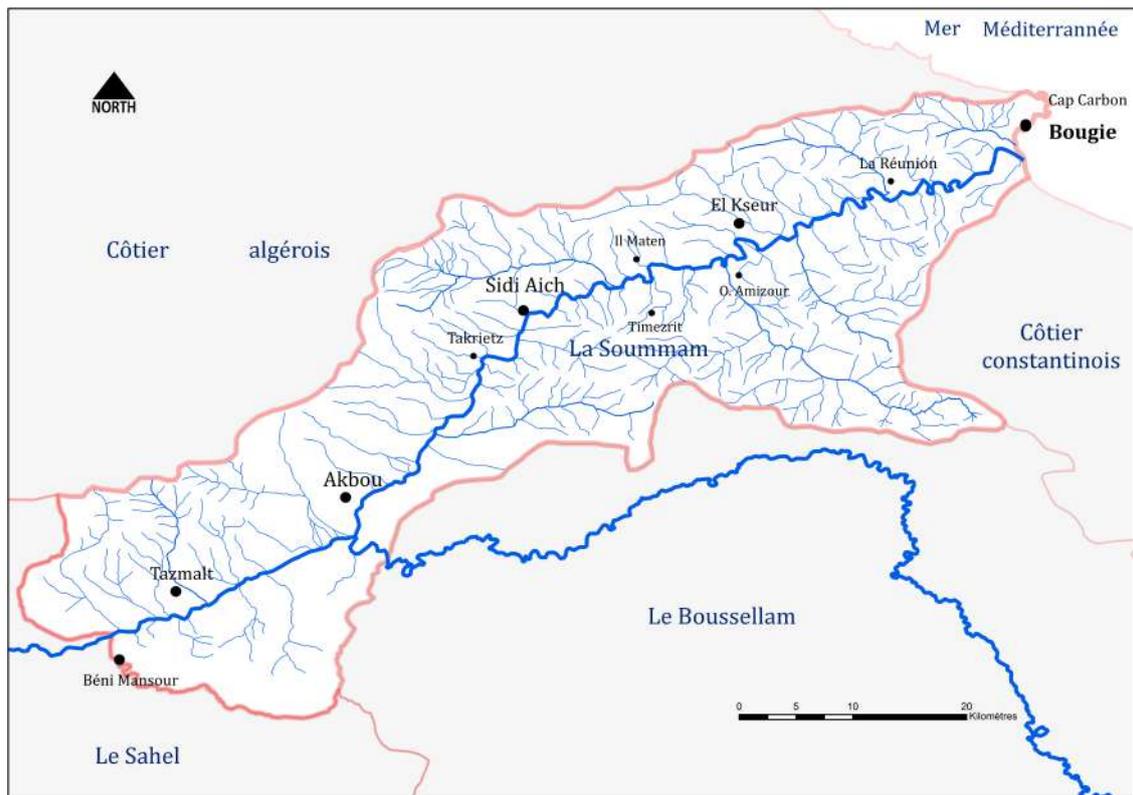


FIGURE 6.1 – Sous bassin versant de la Soummam (Kessasra, 2014)

## 6.2 Modèle pluie-débit dans la vallée de la Soummam

### 6.2.1 Matériel et méthodes

Le modèle GR2M, un modèle pluie-débit mensuel, a été appliqué sur la basse Soummam en 2008. Facile à employer car il présente que deux paramètres à caler, X1 et X2. Une feuille Excel gratuite est disponible sur le site d'IRSTEA d'Antony (ex.CEMAGREF) (<http://webgr.irstea.fr/modeles/mensuel-gr2m/>). La station de Sidi Aich a été sélectionnée, appartenant au sous bassin versant de la Soummam (Cheurfa-Bougie), d'une superficie de 1053 km<sup>2</sup> (figure 6.1). Nous avons besoin d'un ou plusieurs pluviomètres, d'un débitmètre à l'exutoire, et d'une tour à flux mesurant températures, rayonnements extraterrestres (Re), et flux de chaleur latente (Le) ; ce qui permet le calcul d'ETP et d'ETR. Théoriquement, le fait d'avoir un large échantillonnage permettra ainsi de mieux voir l'impact des variations climatiques (évapotranspiration, débit, précipitation,...) sur l'optimisation de la simulation. Toutefois, le manque de données et les lacunes observées dans les séries de la Soummam justifient le choix du logiciel et les périodes de simulation. Ceci n'est qu'un premier essai et devrait être amélioré.

Nous avons utilisé les paramètres d'entrée suivants : précipitations, ETP et débits, exprimés en lames d'eau écoulées mensuellement en mm et mesurées au niveau de la station étudiée. Nous avons du calculer les valeurs d'ETP en utilisant la formule de Penman sur

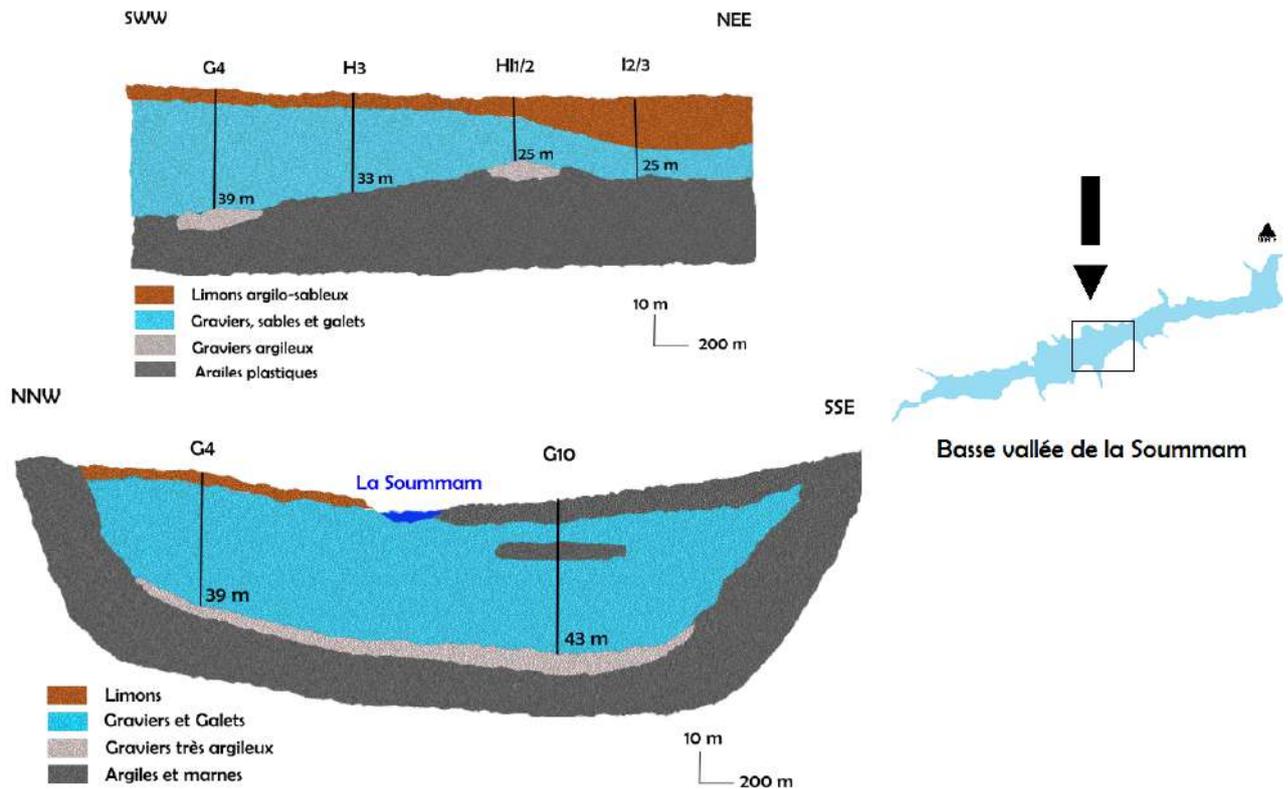


FIGURE 6.2 – Coupe géologique au Sud d’El Kseur (Kessasra, 2014)

une feuille de calcul automatique. Les méthodes analytiques ou à base physique sont les plus utilisées pour l’estimation de l’évapotranspiration de référence, basées sur le modèle de Penman-Monteith (Kessasra, 2006). Des paramètres de température, humidité, pression et vitesse de vent sont exigés dans la feuille de calcul. L’objectif est de prédire le débit mensuel simulé. La période de simulation est comprise entre septembre 1955 et août 1967. L’opération est composée de deux phases, une phase de calage et une phase de validation.

## 6.2.2 Calage, validation et discussion

Tout d’abord, nous avons essayé de caler les deux paramètres X1 et X2 du modèle jusqu’à l’obtention de valeurs optimales des coefficients de détermination et du critère de Nash. Il s’agit de deux principaux critères de contrôle de la fiabilité du modèle. La période choisie pour le calage est celle comprise entre septembre 1954 et août 1957, soit 3 années d’observation. A l’issue d’une série d’essais et de tests, en tentant à chaque fois de maximiser les critères d’évaluation, un état optimal a été retenu présentant la meilleure simulation. Le critère de Nash est de 70.7% et le bilan présente une valeur de 99.1. L’hydrogramme des débits, figure 6.3, montre une bonne superposition des courbes de débits calculés et mesurés, le calage est jugé donc acceptable mais des améliorations sont, toutefois, suggérées afin d’augmenter la performance des simulations. La variation du réservoir de production est assez importante, oscillant entre 30 et 270 mm. L’évolution du taux de remplissage du réservoir de routage reste assez stable, elle est comprise entre 22 et 42 mm.

Après l'étape du calage, il est nécessaire de vérifier la robustesse des paramètres calés. C'est l'opération de contrôle qui consiste à tester le modèle dans des conditions différentes de celles du calage. Cette phase permet de valider la pertinence et la qualité des choix effectués. L'évaluation de la robustesse d'un modèle s'effectue uniquement au contrôle, donc c'est fonction des résultats obtenus en validation durant la phase de calage. Pour obtenir une phase contrôle, nous devons appliquer sur une période différente de celle ayant servi à ajuster les paramètres du modèle, les paramètres du calage. Les séries des données des précipitations et d'évapotranspiration entrées dans le modèle correspondent à la période allant de septembre 1961 à août 1967, soit 5 ans. Les coefficients de corrélation (débits simulés/débits observés) présentent des concordances. La corrélation des débits simulés en fonction des débits observés (figure 6.4) donne des valeurs du coefficient  $R^2$  assez significatifs. Mais le critère de Nash reste le seul critère capable d'évaluer la pertinence du modèle, ici, il ne dépasse pas 60% et le bilan est de 92.1.

Il pourrait y avoir des propriétés géologiques, lithologiques et environnementales, susceptibles d'entraîner des conséquences sur le débit mesuré à l'exutoire. La présence de formations très perméables en surface du bassin versant de la Soummam (tufs, sables, ...etc.) pourrait avoir pour conséquence une infiltration des eaux météoriques, de plus en plus importante dans le sous-sol. On aurait alors une diminution de notre débit. L'agriculture dans la vallée est très développée à travers ses champs de blé, de vergers et d'oliviers où l'irrigation au fil de l'eau est très présente, ce qui va diminuer le débit de la Soummam, surtout en période d'étiage. Toutefois, comme le bassin est anthropisé, les autres activités pourraient avoir un impact considérable sur les mesures de débits.

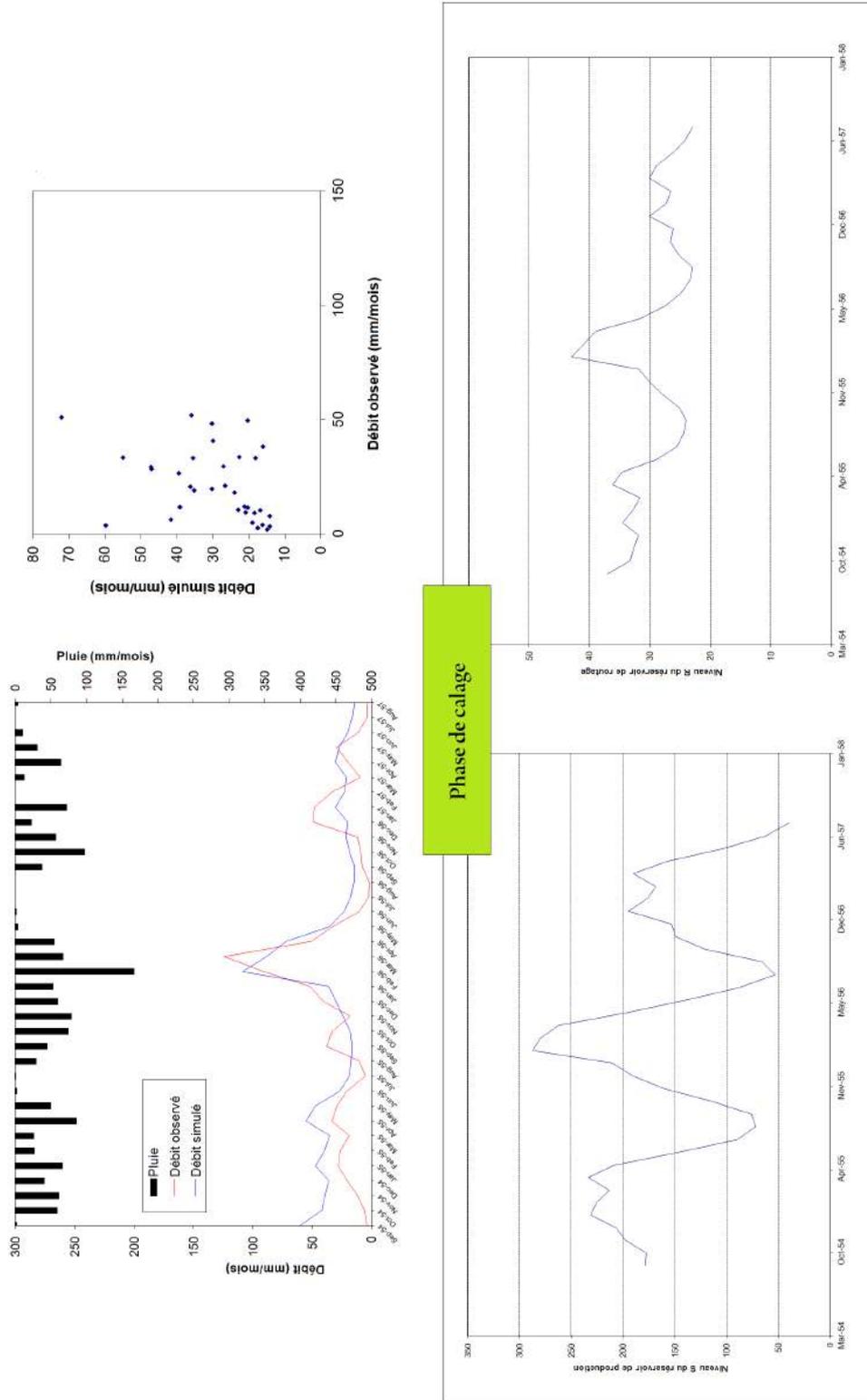


FIGURE 6.3 – Modèle pluie-débit dans le sous bassin versant de la Soummam : phase de calage (Kessasra et al., 2015)

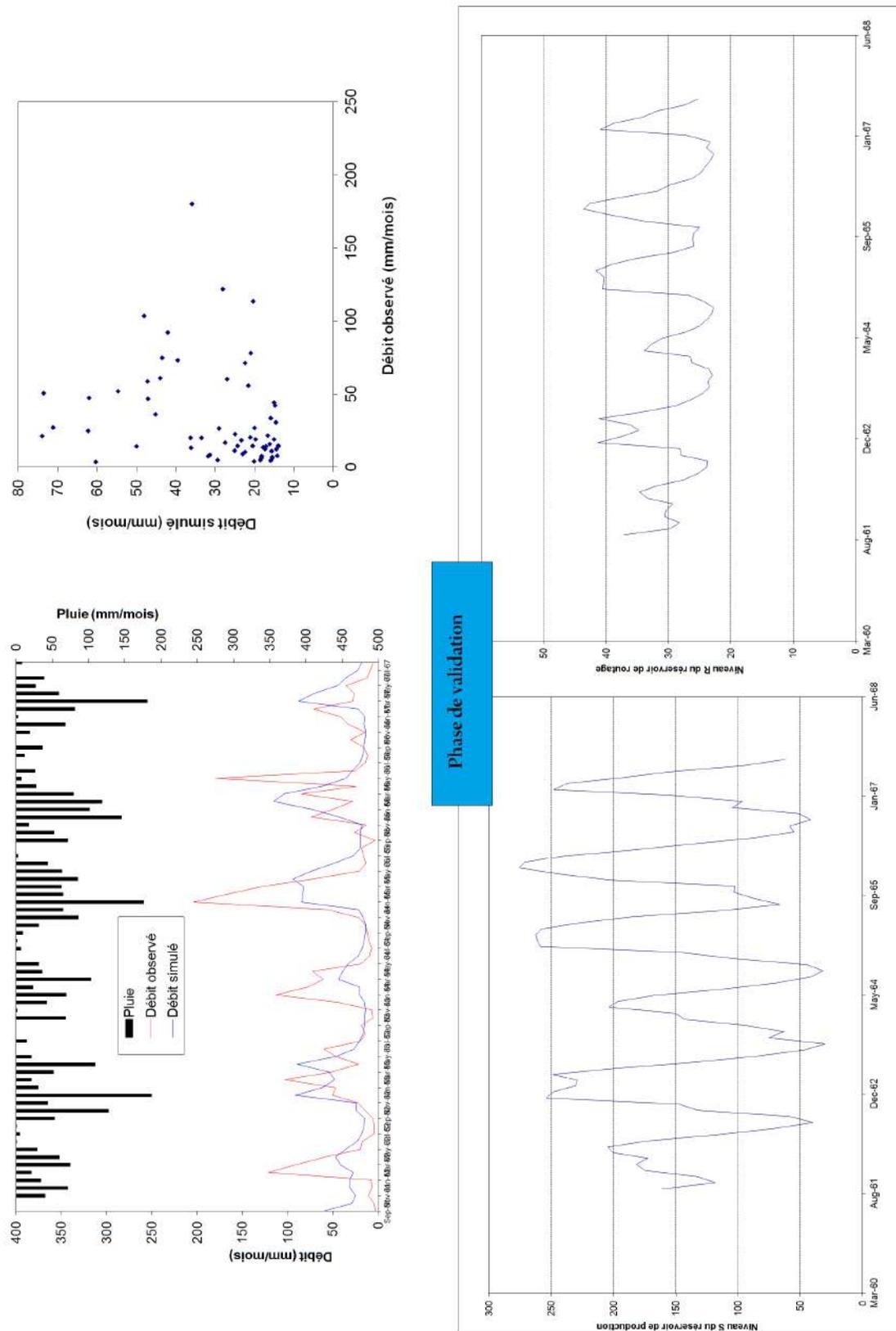


FIGURE 6.4 – Modèle pluie-débit dans le sous bassin versant de la Soummam : phase de validation (Kessasra et al., 2015)

## 6.3 Modélisation hydrodynamique des écoulements d'eaux souterraines de la nappe de la basse Soummam (Sidi Aich-Bougie)

### 6.3.1 Maillage et conditions aux limites

Le code MODFLOW via l'interface PMWIN Pro (Chiang et Kinzelbach, 2001) a été sélectionné. Ce choix est motivé par le fait que ce code, largement utilisés en hydrogéologie, est simple à mettre en oeuvre et permet de simuler la plupart des mécanismes qu'il est nécessaire de représenter pour répondre à nos objectifs. Parmi nos objectifs, reproduire l'état d'équilibre de la distribution des charges piézométriques, tester la sensibilité du modèle, faire évoluer le modèle en intégrant d'autres sollicitations (capatages d'eau) et enfin établir un plan d'exploitation de la nappe afin de mieux gérer la ressource en eau souterraine de la vallée. Le code est téléchargeable en mode démo sur le site de l'USGS (<http://water.usgs.gov/ogw/modflow/>). Nous disposons d'un code d'accès payant à l'Université de Jijel, les séances de modélisation sont réalisées sur l'interface PMWIN en accès intégral.

Par ailleurs, il existe d'autres codes et programmes. Feflow (<http://www.mikepoweredbydhi.com/pro>) fait figure d'un programme de simulation des écoulements en milieu poreux mais se montre plus performant dans les simulations du transport des contaminants et du transport de chaleur sous des conditions de saturation variables, allant de l'échelle locale et une échelle plus régionale. NEWSAM de l'école des mines de Paris, son principe repose sur l'association de plusieurs modèles : le modèle hydrologique MODCOU (Ledoux 1980) et le modèle hydrogéologique NEWSAM (Levassor et Ledoux 1996).

Notre modèle hydrodynamique, monocouche, appartient à la catégorie de modèle aquifère où la zone modélisée a été délimitée à partir de l'extension des terrasses alluviales. La taille initiale des mailles était de 200 m de côté (figure 6.5). Toutefois, à certains endroits de la plaine, le modèle requiert une plus grande précision, d'autant plus que des mailles de taille trop importantes occulteraient des caractéristiques nécessaires de représentation et causeraient des erreurs dans les simulations (Reilly et Harbaugh, 2004). A cet effet, les mailles carrées ont été subdivisées soit en deux mailles rectangulaires (200-100 m), soit en quatre petites mailles carrées (100 m). Cela concernerait le centre de la vallée, l'axe d'écoulement principal et les secteurs observant de forts gradients hydrauliques. On attribue ensuite à chaque maille des critères géométriques (Top and bottom of layer).

Les conditions aux limites attribuées se résument en une limite à flux nul assignée au substratum constitué de calcaire et de grès. En surface, la nappe est généralement libre et sa recharge est exprimée par un taux d'infiltration. Il s'agit d'une condition de débit réparti uniformément sur la surface du toit de la nappe. Une limite à potentiel imposé est appliquée aux mailles-rivières et à la frange littorale de la plaine de Bougie. Les échanges nappe-rivière sont donc loin d'être négligeables. Nous modélisons ce fonctionnement en introduisant des paramètres spécifiques à la morphologie de l'Oued. En effet, on fixe une conductance hydraulique sur chaque tronçon du cours de l'oued, en y fournissant le niveau de l'oued et son altitude. Par ailleurs, des conditions de flux imposé ont été appliquées par endroits. Les échanges avec le milieu extérieur sont réglés par un flux d'eau traver-

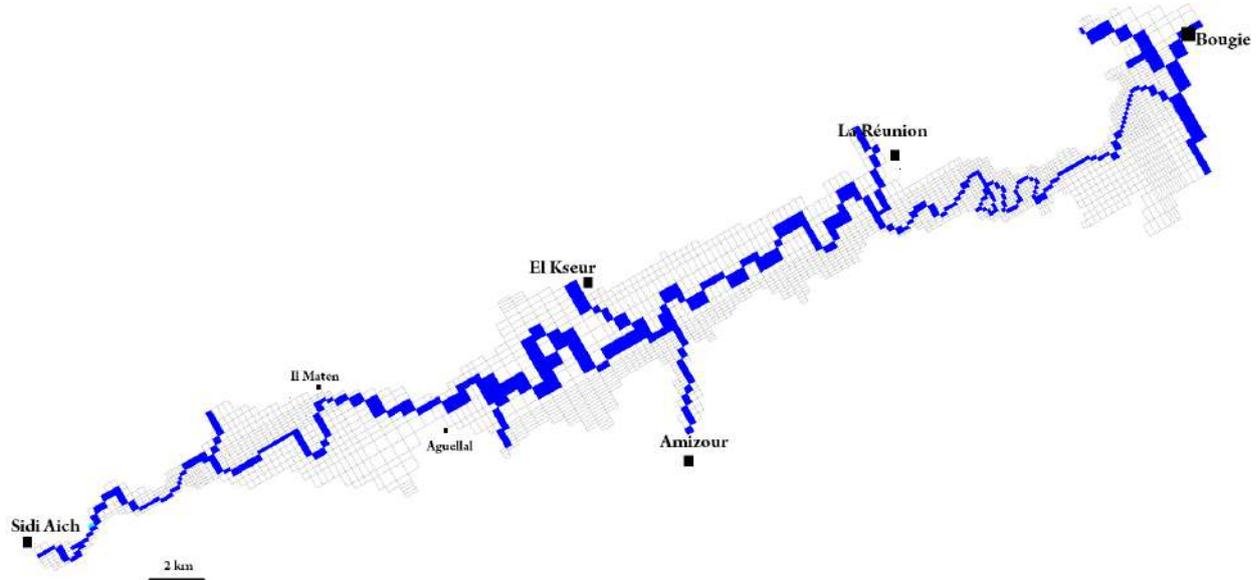


FIGURE 6.5 – Discretisation de la nappe des alluvions de la basse vallée de la Soummam (Kessasra, 2015)

sant une portion donnée de limite indépendamment des hauteurs piézométriques. Nous appliquerons un flux imposé à débit non-nul sur les limites nord et sud de la nappe, ces flux sont liés aux apports des versants nord (Djudjura, Akfadou, Aghbalou) et une partie des versants sud (Biban). Du reste sur les limites latérales, une condition à flux nul est attribué sur la rive droite où les affleurements de calcaire et de marnes y prennent place au détriment des terrasses alluviales. Cependant, en amont, nous y avons appliqué une condition à potentiel imposé à Sidi Aich.

La recharge de la nappe est constituée par les flux calculés sous forme de taux d'infiltration des pluies efficaces et par les flux imposés aux limites latérales. Le flux de recharge IR (Recharge Flux) est de l'ordre de  $6.10^{-9}$  m/s.

### 6.3.2 Calage du modèle en régime permanent

Le modèle de la basse plaine de la Soummam a été construit en deux périodes : mars et septembre 2011. En premier lieu, les perméabilités initiales ont été progressivement ajustées à l'aide de la méthode trial-and-errors. Quatre zones de perméabilités calées ont été nécessaires pour obtenir un calage acceptable :

- **Zone 1** : zone à très forte perméabilité dont la moyenne est indiquée à  $9.10^{-2}$  m/s autour d'El Kseur, Amizour et Oued Ghir ;
- **Zone 2** : zone à forte perméabilité entre Il Maten et Aguellal, les valeurs calées sont comprises entre 5 et  $6.5 \cdot 10^{-2}$  m/s ;
- **Zone 3** : zone à perméabilité moyenne avec  $1.7 \cdot 10^{-4}$  m/s (Mardj Ouamène) ;
- **Zone 4** : zone à faible perméabilité allongée depuis Oued Ghir jusqu'à la mer dont la moyenne est de  $5.10^{-5}$  m/s.

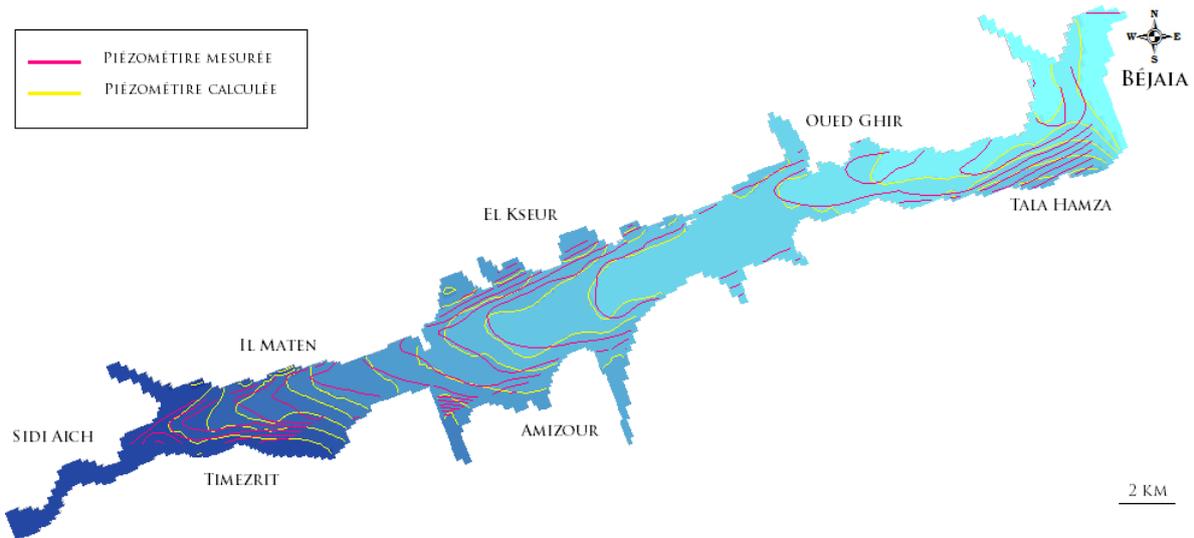


FIGURE 6.6 – Exemple de calage en régime permanent (Mars 2011), nappe des alluvions de la basse Soummam (Kessasra, 2015)

En second lieu, les conditions aux limites utilisées sont notamment les limites latérales à flux imposé. On attribue des flux calculés, aux mailles de bordure où la limite est alimentée par des flux d'eau souterrains provenant des massifs bordant la plaine. Les paramètres introduits demeurent constantes en régime permanent. La basse plaine montre 5 axes, les plus importants sont la limite entre Oued Remila et Il Maten avec en moyenne  $0.54 \text{ m}^3/\text{s}$ , attribué à chaque maille, ensuite la limite à Timizert qui fournit  $0.52 \text{ m}^3/\text{s}$  et dans une moindre mesure l'axe d'El Kseur-Oued Ghir sur la rive gauche auquel nous avons assigné un débit de l'ordre de  $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ . Enfin à Tala Hamza, existe une forme d'alimentation assez négligeable, le débit, très faible, est de  $2.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Le calage en régime permanent, reporté dans la figure 6.6 est jugé optimal. Il est satisfaisant car, d'une part, les charges hydrauliques calculées correspondent dans l'ensemble aux mesures piézométriques. D'autre part, l'allure des isopièzes semble similaire à celles des isopièzes mesurées, les mêmes tendances piézométriques ont été en grande partie reproduites. Néanmoins, les isopièzes semblent être relativement plus espacés à l'aval, près de Tala Hamza. On soupçonne une mauvaise estimation de la perméabilité calée en raison du manque des mesures ponctuelles. Les hauteurs piézométriques semblent en parfaite concordance sur l'axe d'écoulement principal de la nappe, soit dans l'ensemble au centre de la plaine coïncidant ainsi avec des anciennes vallées. En revanche, sous «l'effet de bord», ces écarts augmentent légèrement en se dirigeant vers les bordures.

Le diagramme de corrélation (figure 6.7) montre une variance de 51.3 et la droite de corrélation présente une pente moyenne de 0,9. Ceux-ci indique une corrélation globalement correcte. Les piézomètres et puits suivis peuvent être rassemblés trois groupes :

- **Groupe A** (43 puits), il correspond aux ouvrages dont les simulations piézométriques ressemblent de près aux mesures, soit moins de 5 m d'écart. Pour ceux-ci, le calage est satisfaisant et les résultats des calculs sont très stables. Ce groupe représente

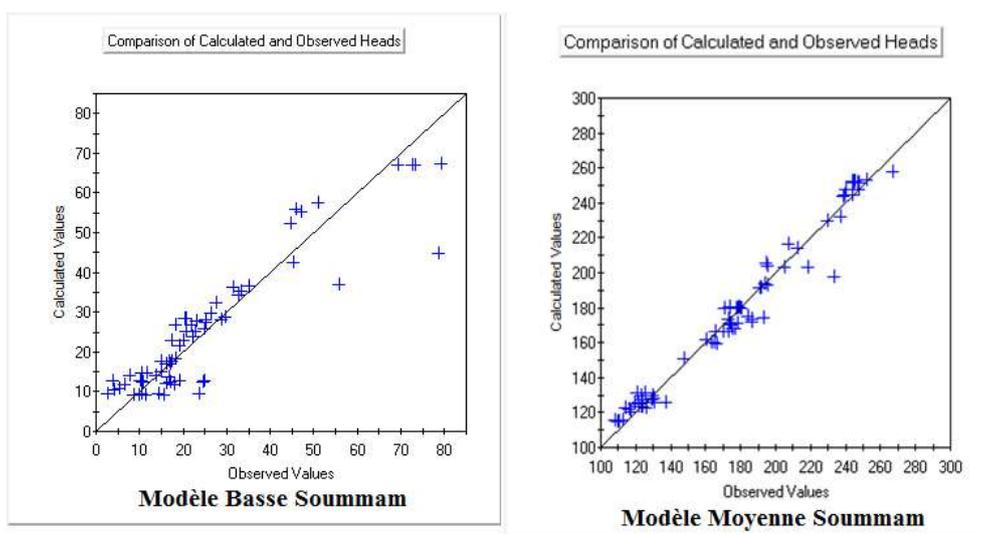


FIGURE 6.7 – Diagramme de corrélation et test de vérification du modèle de la basse Soummam (Kessasra, 2015)

60% des puits suivis ;

- **Groupe B** (22 puits), il présente un écart compris entre 5 et 10 m, soit 30% des ouvrages analysés ;
- **Groupe C** (7 puits), caractérisé par de fortes amplitudes (10 m), le calage est loin d'être acceptable, les calculs sont extrêmement instables. Mais ce groupe reste négligeable.

### 6.3.3 Plan d'exploitation de la nappe : calage en régime transitoire

#### - Calage, test de sensibilité et bilan du modèle

Après avoir mené un plan de calage en régime transitoire en tenant compte des chroniques piézométriques et des taux de prélèvement disponibles, une série de tests de sensibilité du modèle a été mise en oeuvre. Un nouveau paramètre est introduit : la porosité de drainage. Deux zones ont été dégagées, l'une s'étend de Sidi Aich à Oued Ghir présentant des propriétés hydrodynamiques, transmissives et capacitatives plus avantageuses, avec une valeur de 0.26 et l'autre à l'embouchure, moins performante en termes d'emmagasinement avec 0.1. Le bilan du modèle (tableau 6.1) confirme l'équilibre de l'aquifère et sa grande dépendance aux apports météoriques. De ce fait, le potentiel de réalimentation du système est particulièrement sensible aux variations climatiques annuelles, à partir desquelles découlent également les flux d'alimentation par les côteaux. Les apports proviennent essentiellement de l'infiltration directe des eaux météoriques, 84% des apports en dehors du stockage, les apports d'eau entrant par les limites extérieures et les échanges oued-nappe où l'oued alimentant la nappe devient la tendance dominante. Quant aux sorties, elles sont représentées par les prélèvements d'eau par captage ainsi que le drainage de la Soummam qui recueille une partie des eaux souterraines.

TABLE 6.1 – Bilan d'eau du modèle de la basse Soummam en régime transitoire, mars 2011. Les valeurs sont en  $m^3/j$ 

Modèle	Termes du bilan	Entrée	Sortie	Entrée-Sortie
<b>Basse Soummam</b>	Apport par la recharge	40 816.88	0	40 816.88
	Apports aux frontières	1229.40	0	1229.40
	Stockage	99 624.95	16 816.42	82 808.53
	Echanges oued-nappe	5270.67	876.90	43393.77
	Prélèvements	0	129 250	- 129 250
	<b>Somme</b>	<b>146 941.9</b>	<b>146 943.32</b>	<b>-1.42</b>

### - Exploitation par scénario

Trois scénarios (Tableau 6.2) ont été établis comme suit (Kessasra, 2015) :

- Le premier (2011-2015), a pour objectif de tester la robustesse du modèle ;
- Le deuxième (2015-2020) simulera les variations des charges de la nappe à l'horizon 2020 ;
- Le dernier (2020 à 2030) testera le modèle dans des conditions d'exploitation projetées en 2030, il sera établi sur une période de 10 ans.

TABLE 6.2 – Simulations du modèle de la vallée de la Soummam et différents scénarios adoptés. Les données sont en  $Mm^3/an$ 

	2010	2015	2020	2030
AEP	39.44	36.55	29.31	34.49
Irrigation	5.85	14.8	13.43	10.71
AEI	2.36	2.69	3.06	3.99
<b>Total</b>	<b>47.65</b>	<b>54.04</b>	<b>45.8</b>	<b>49.19</b>

Ces scénarios simulés ont pu identifier trois zones distinctes, qui font la base d'un plan directeur de gestion des ressources en eau de la vallée :

- Dans les domaines agricoles d'El Kseur et Amizour, les réserves souterraines importantes expliquent l'exploitation intense de la ressource en eau souterraine par l'agriculture. En effet, la multiplication des ouvrages de pompage a créé une forte pression agricole sur la nappe. Certaines mailles du modèle se retrouvent, en réalité, exploitées avec des débits horaires de pompage plus importants que la recharge naturelle de la nappe ne suffirait pas à maintenir la maille en eau d'où la nécessité de rabaisser les forts taux de pompages horaires et journaliers et répartir sa productivité dans le temps. Par ailleurs, il semble que dans ce secteur, des exploitants agricoles aient abandonnés leurs puits d'irrigation suite à des dénoyages. La présence de mailles dénoyées peut donc également traduire une réalité de terrain. Ici, les prélèvements agricoles sont cinq fois supérieurs au taux de la recharge annuelle mais les bonnes propriétés de stockage de la nappe y remédient.
- Dans la partie aval de la basse plaine, entre Oued Ghir et l'embouchure, les rabattements élevés sont symptomatiques de la pression de prélèvements AEP, agricoles et industriels injectés dans le modèle, conjugué à la faible épaisseur des alluvions en charge, ces alluvions recouvertes par une couche limoneuse, réduisant ainsi ses capacités d'emmagasinement. Les effets sont très marqués. Les rabattements et le

dénoyage des mailles pompées incarnent les preuves de la nécessité de réguler les captages et de baisser les débits d'exploitation admissibles.

- A l'inverse, suite à la mise en service du barrage de Tichy Haf, la nappe de la moyenne Soummam (Tazmalt-Sidi Aich) se retrouve en partie soulagée. Les zones de gestion favorable ont été délimitées entre Tazmalt et Akbou et dans le secteur nord de la plaine dans la région d'Ouzellaguen et Seddouk. Ces zones possèdent d'importantes quantités d'eau disponibles et pourraient faire l'objet de nouveaux dispositifs de captage.

## 6.4 Conclusion

La modélisation d'un phénomène hydrologique ou hydrogéologique peut se synthétiser de la manière suivante :

- On part des lois élémentaires où l'on déduit des relations entre les variables ;
- Si l'on exprime certaines variables  $x$ ,  $y$  en fonction de l'une d'elles (temps  $t$ ), ces relations donnent lieu à des équations dont les inconnues sont les fonctions  $x$ ,  $y$  (équations fonctionnelles) ;
- On cherche les solutions de ces équations par voie graphique ou numérique ;
- Si les fonctions obtenues mathématiquement (Niveaux piézométriques) sont proches des fonctions données expérimentalement, on valide notre modèle ;
- Si le modèle n'est pas valide, il faudrait apporter des modifications ou affinements de la phase de mise en équation (Perméabilités, transmissivités, épaisseur de l'aquifère, conditions aux limites) ou en construire un nouveau ;
- S'il est validé, il peut permettre dans des conditions différentes de prévoir l'évolution dans le temps des variables dans de nouveaux scénarios (exploitation),
- La vérification peut amener à une extension du modèle mathématique en le modifiant. Le modèle permet d'expliquer et de décrire davantage de phénomènes connexes (pollution des aquifère, avancée du biseau salé).

Les effets pernicieux de l'excès de modélisation : L'expérience montre que, dans un premier temps, l'utilisateur peu averti accepte les résultats de modélisation critique. Cependant, l'utilisation de la modélisation lui permet de mieux cerner les interactions entre les divers mécanismes, l'influence des différentes caractéristiques du milieu sur le résultat. La modélisation devient vite un jeu et l'utilisateur novice commence à lui accorder beaucoup de crédit. Le résultat de la modélisation prime alors sur les observations et les mesures de terrain, ce qui est une erreur. Une bonne utilisation du modèle doit rendre compte de l'essentiel des observations de terrain. A fur et à mesure, ces traits négatifs s'estompent, mais d'autres apparaissent. Lorsque l'utilisateur maîtrise mieux la modélisation, le fonctionnement du système étudié n'est plus perçu qu'au travers des possibilités du modèle. Le modèle déforme l'esprit de l'utilisateur qui a un peu d'expérience, mais pas encore assez de recul. La modélisation est sans aucun doute un outil très puissant de prévision mais aussi d'apprentissage.

---

# Chapitre 7

## Projet d'étude

### 1. Problématique

La demande en eau dans la vallée de la Soummam s'accroît surtout en période d'étiage où les précipitations diminuent. Il en résulte, une augmentation des débits d'exploitation induisant des rabattements importants. Pour éviter une situation de dénoyage ou de sur-exploitation de la nappe, nous avons jugé nécessaire d'étudier la nappe par approche de modélisation. Plusieurs modèles numériques ont été mis en oeuvre dans la région. Lerolle en 1975 a simulé l'écoulement souterrain d'une portion de la nappe à La Réunion. Kessasra en 2006 et 2015 a étudié la vallée depuis Tazmalt jusqu'à Bougie en modélisant ses écoulements avec la simulation d'un plan de captage (2010-2030). Sogreah en 2010 a mené un projet de modélisation des écoulements d'eau souterraine de la plaine alluviale de la Soummam.

### 2. Outils didactiques et informatiques

Voici les outils didactiques mis à votre disposition pour mener ce projet :

- Cartes topographiques au 25 000e de la basse vallée de la Soummam ;
- Cartes géologiques de Bougie et Sidi Aich au 50 000e ;
- Coupes et logs de forages, perméabilités, transmissivités, et coefficients d'emmagasinement issus d'essai de pompage ;
- Coupes géo-électriques issus de la campagne géophysique (CGG, 1970) ;
- Cartes piézométriques établies par Clinckx en 1971 (Clinckx, 1973).
- PMWIN (Chiang et Kinzelbach, 2001) : en accès libre avec code d'installation.

### 3. Démarche à suivre

Le projet consiste à établir un modèle numérique des écoulements d'eaux souterraines de la basse la Soummam (Sidi Aich-Bougie) selon la démarche suivante :

- Procéder à la discrétisation du domaine modélisé par l'établissement d'une grille adaptée à l'étendue de la nappe ;
- Définir ses conditions aux limites ;
- Paramétriser le modèle : géométrie de l'aquifère, niveau piézométrique initial, perméabilités,..etc. ;
- Réaliser un calage optimal du modèle en régime permanent ;
- Tester ce calage en régime transitoire avec une simulation d'un plan de captage

d'eau par scénarios.

---

# Bibliographie

---

Atteia O. (2011) - Modélisation du devenir des composés organiques dans les aquifères. Lavoisier, éditions TEC et DOC, 191p

Bandani, E., Moghadam, M.A. (2011) - Application of Groundwater Mathematical Model for Assessing the Effects of Galoogah Dam on the Shooro Aquifer-Iran. European Journal of Scientific Research ; ISSN 1450-216X Vol.54 No.4 (2011), pp.499-511

Barthel, R. (2006) - Common problematic aspects of coupling hydrological models with groundwater flow models on the river catchment scale. Advances in Geosciences 9 : 63-71.

Bear, J., Beljin, M.S., Ross, R.R. (1992) - Fundamentals of Ground-Water Modelling, Ground Water Issue, EPA/540/S-92/005. 2-11pp

Bear J., Cheng A. H.-D (2010) - Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Springer, 815 p. ISBN 978-1-4020-6682-5

Bertrandias F, Bertrandias J-P. (1994) - Mathématiques pour les sciences de la nature et de la vie, Collection Grenoble Sciences, 187 p

Beven K., Kirkby M. J.(1979) - A physically-based variable contribution area model of catchment hydrology. Hydrology Science Bulletin 24(1) : 43-69.

Carrera J., Mathias S.A. (2010) - Groundwater flow and transport. Ed. Howard S. Wheater, Simon A. Mathias and Xin Li. Published by International Hydrology Series, Cambridge University Press

CGG (1970) - Etude hydrogéologique par prospection électrique et sismique de la vallée de la Soummam Tazmalt-Béjaia.

Chiang W-H., Kinzelbagh W. (2000) - 3D-Ground water modeling with PMWIN, a simulation system for modeling flow and pollution, Springer, Berlin, 346p.

Christin, F. (2008) - Etude de la modélisation hydrodynamique de surface et hydraulique souterraine et leur couplage dans un but d'aider à la gestion des hydrosystèmes aménagés. Thèse de Doctorat, Agro Paris Tech, 372p

Clinckx C. (1973) - Etude hydrogéologique de la nappe alluviale de la basse Soummam (Sidi Aich - Béjaia), N°74.HYG.02.RS, Direction des Etudes de Milieu et de la Recherche Hydraulique (DEMRH) Alger, 80 p

Dassargues A. (1995) - Modèles mathématiques en Hydrogéologie, Programme Tem-pus : Sciences de l'eau et de l'environnement, 125p.

Dassargues A., Monjoie A. (1991) - Modèle hydrogéologique en zone aride ou semi-aride. mathématiques en Hydrogéologie, Utilisation rationnelle de l'eau des petits bassins versants en zone aride. Ed. AUPELF-UREF, John Libbey Eurotest, Paris, p 17-22

De Marsily G. (2004) - Cours d'hydrogéologie, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 226 p

De Marsily G. (1986) - Quantitative Hydrogeology, Groundwater Hydrology for Engineers, Academic Press, New York.

Janssens-Coron E. (2007) - Automatisation du processus de modélisation 3D en Hydrogéologie par système expert et ontologies. Proposé de recherche présenté dans le cadre du programme de doctorat en Géomatique, Département des Sciences géomatiques, Université de Laval, Québec, 43p

Kessasra, F. (2015) - Modélisation hydrogéologique des écoulements d'eaux souterraines et de surface de la nappe des alluvions de la vallée de la Soummam (Nord-Est Algérie) - Impacts sur l'environnement et les écosystèmes. Thèse de Doctorat. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène, USTHB d'Alger, 434 p (<http://repository.usthb.dz/handle/123456789/2756>)

Kessasra, F., Mesbah, M., Bendjoudi, H. (2014) - Modélisation des écoulements souterrains dans les alluvions de la basse vallée de la Soummam (Nord Est Algérien) [Modelling of groundwater flow in the alluvial aquifer of the lower Soummam valley (North-eastern Algeria) and withdrawal future prospect]. Bulletin du Service Géologique National, Vol.25, n° 2. pp 1-18, Alger.

Kessasra, F., Mesbah, M., Bendjoudi, H. (2008) - Groundwater Flow Modelling approach : Application on the Alluvial Aquifer of middle Soummam Valley (Béjaia, NE Algeria). Algerian Journal of Technology (AJOT) an international publication of engineering science, 381-389, Volume 1, ISSN-1111-3575, Alger (Algérie).

Kessasra F. (2006) - Étude hydrogéologique sous l'aspect de la modélisation mathématique en vue d'une gestion rationnelle des écoulements souterrains de la vallée de la Soummam. Mémoire de Magistère en Sciences de la Terre, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène, Alger, 173 p. (<http://repository.usthb.dz/handle/123456789/507>)

Klemes (1986) -

Ledoux E. (2003) - Modèles mathématiques en hydrogéologie. Centre d'Informatique Géologique, Ecole nationale Supérieure des mines de Paris, 133p

Ledoux E. (2009) - Cours d'hydrogéologie quantitative. Centre de Géosciences, Ecole des Mines de Paris.

Lerolle, Y. (1975) - Alimentation en eau de Béjaia et sa zone industrielle : Modèle mathématique, rapport N°2, DEMRH, 12p

Mathevet Th. (2005) - Quels modèles pluie-débit globaux au pas de temps horaire ? Développements empiriques et comparaison de modèles sur un large échantillon de bassins versants. Thèse de doctorat, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des (ENGREF),

---

Paris, 463p

Mathias S.A., Wheatler H.S. (2010) - Groundwater modelling in arid and semi-arid areas : an introduction. Ed. Howard S. Wheatler, Simon A. Mathias and Xin Li. Published by International Hydrology Series, Cambridge University Press

Mouelhi, S. (2003) - Vers une chaîne cohérente de modèles pluie-débit conceptuels globaux aux pas de temps pluriannuel, annuel, mensuel et journalier. Thèse de Doctorat, ENGREF, Cemagref Antony, France, 323 pp.

Mouelhi, S., C. Michel, C. Perrin, and V. Andréassian (2006) - Stepwise development of a two-parameter monthly water balance model, J. Hydrol.

MDBC (2001) - Groundwater Flow Modelling Guideline. Murray-Darling Basin Commission (MDBC), Australia.

Nascimento, D. O. N. (1995) - Appréciation à l'aide d'un modèle empirique des effets d'actions anthropiques sur la relation pluie-débit à l'échelle d'un bassin versant. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, spécialité Sciences et Techniques de l'Environnement : 550 p.

Perrin, Ch. (2000) - Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Grenoble, France : 530 p.

Perrin, Ch., C. Michel et V. Andreassian (2001) - Does a large number of parameters enhance model performance? Comparative assessment of common catchment model structures on 429 catchments. Journal of Hydrology 242(3-4) : 275-301.

Perrin, Ch., C. Michel et V. Andreassian (2001) - Long-term low flow forecasting for French rivers by continuous rainfall-runoff modelling. BHS Occasional Paper n°13, Meeting of the British Hydrological Society on Continuous River Flow Simulation, Wallingford, UK, 5th July 2001.

De Rosnay J. (1975) - Le Macroscopie, Editions du seuil, Paris

James A. (1993) - An Introduction to Water Quality Models, 2nd Edition. Chichester ; New York : Wiley.

Peng G., Leslie L.M., Shao Y. (2002) - Environnemental Modelling and Prediction. Springer, 480p

Rausch R. (2010) - Groundwater Modeling : An introduction to groundwater flow and solute transport modeling with applications. Technische Universität Darmstadt.

Rojas-Serna C. (2005) - Quelle connaissance hydrométrique minimale pour définir les paramètres d'un modèle pluie-débit ? Thèse de Doctorat, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des (ENGREF), Paris, 318p

Schlesinger, S., R. E. Crosbie, R. E. Gagné, G. S. Innis, C. S. Lalwani, J. Loch, J. Sylvester, R. D. Wright, N. Kheir et D. Bartos (1979) - Terminology for model credibility. *Simulation* 32(3) : 103-104.

Sinha A.K. (2005) - Groundwater Modelling - An Emerging Tool for Groundwater Resource Management. *Numerical Simulation of Groundwater Flow and Solute Transport*, L. Elango (ed). pp.15-28

SOGREAH et ANRH (2010) - Modélisation des grands aquifères : Etude de modélisation de 5 systèmes aquifères, plaine de la Soummam. Rapport final V2, Alger, 149 p.

Tranouez, P. (2005) - Contribution à la modélisation et à la prise en compte informatique de niveaux de descriptions multiples. Application aux écosystèmes aquatiques. Thèse de Doctorat, Université du Havre, 191p

Wels, Ch., Mackie, D., Scibek, J. (2012) - Guidelines for Groundwater Modelling to Assess Impacts of Proposed Natural Resource Development Activities. British Columbia Ministry of Environment, Water Protection and sustainable Branch, 289p

---

# Annexes

La différence entre modèle et réalité met en évidence, la connaissance incomplète du modélisateur (Nascimento, 1995). La question qui s'impose est plutôt de savoir qu'elles sont les origines, les ordres de grandeurs et les conséquences de cette connaissance incomplète sur la modélisation. Qu'elle que soit l'approche de modélisation, elle va se traduire par des incertitudes sur les valeurs calculées (écart entre les valeurs calculées et celles mesurées). La connaissance incomplète s'assimile ainsi à l'erreur du modèle. Les sources d'incertitudes associées à la modélisation sont :

- Les données avec 1) les erreurs d'enregistrement des données brutes, 2) la description par moyenne dans l'espace de variables mesurées ponctuellement (P, I), 3) la description par moyenne dans le temps de variables mesurées en continu (T) et, 4) l'estimation de variables non mesurées directement (débits à partir des hauteurs d'eau dans les cours d'eau ou évaporation),

- La structure du modèle conceptuel avec 1) la connaissance imparfaite des processus, 2) les approximations pour arriver à une représentation des processus qui puisse être traitée d'un point de vue mathématique, 3) le traitement global de processus distribués dans l'espace (capacité d'infiltration) et, 4) le traitement séquentiel de processus concomitants ou l'omission de processus considérés comme moins importants,

- Le calage du modèle avec 1) la subjectivité du choix de la fonction critère, 2) la taille de l'échantillon des données utilisées pour le calage, 3) la variabilité du calage par rapport à différents échantillons, et 4) les critères de convergence dans l'optimisation et l'occurrence de minima locaux.

De nombreuses études ont récemment établi que la plupart du temps une augmentation du nombre de paramètres ne rendait pas forcément un modèle plus efficace (Perrin et al., 2001) tout en augmentant les temps de calcul. L'augmentation des paramètres peut donc rendre le modèle moins robuste et moins opérationnel (Beven, 1989). Les problèmes liés à un grand nombre de paramètres (Payraudeau, 2002) sont : Le surcalage qui survient lorsque le modèle s'adapte trop spécifiquement à une série chronologique, en phase de calibration, diminuant ainsi ses performances en phase de contrôle ou de validation. Mais aussi, l'équifinalité, qui réside dans la capacité du Modèle à trouver différents optimums équivalents dans l'espace des paramètres durant la phase de calage, de sorte qu'il est ensuite difficile de choisir un jeu particulier pour la validation (Liden et al., 1999).

Il est évident que des quantités de ressources en eau disponibles dépendront les possibilités de gestion pour satisfaire les usages. Ainsi, la connaissance de la variabilité à court et long terme est très importante afin de prévoir les ressources disponibles à l'horizon de gestion considéré. La variabilité des ressources en eau peut donc avoir deux causes essentielles :

- les modifications naturelles affectant l'hydrosystème à long terme : les phénomènes climatiques ou sur des périodes restreintes : la variabilité naturelle du climat ou les échanges entre les eaux superficielles et souterraines qui changent en fonction des conditions des niveaux des nappes et des rivières.
- les modifications anthropiques de l'hydrosystème tel que la construction d'aménagements (barrages), les changements d'occupation du sol affectant le ruissellement, les usages de l'eau.

---

# Table des figures

2.1	Processus de construction d'un modèle (Wels, 2012) . . . . .	7
2.2	Quelques gammes de valeurs de perméabilité de quelques formations lithologiques (Ledoux, 2009) . . . . .	8
2.3	Cycle de modélisation, depuis l'observation du phénomène aux simulations (Tranouez, 2005) . . . . .	10
2.4	Exemple d'un a) système aquifère réel, b) un système modélisé défini par sa forme, ses conditions aux limites et ses paramètres hydrauliques et c) une grille de mailles rectangulaires auxquelles des perméabilités ont été attribuées (Freeze, 1968) . . . . .	11
2.5	Système de la GST et notions de systèmes ouverts et systèmes fermés (Tranouez, 2005, inspiré de De Rosnay, 1975) . . . . .	12
3.1	Différentes approches de modèles hydrologiques (Perrin, 2000) . . . . .	15
3.2	Architecture du modèle global : GR4J (Mouelhi, 2003, Moeulhi et al. 2006)	17
3.3	Architecture du modèle semi-distribué : Topmodel (Beven et al., 1979) . .	19
3.4	Schématisation du modèle couplé eaux superficielles-eaux souterraines (Barthel, 2006) . . . . .	21
3.5	Représentation de l'équation de continuité (Ledoux, 2009) . . . . .	22
3.6	Écoulements des eaux souterraines modélisés en 2D et 3D dans un aquifère (Zheng, 2011) . . . . .	24
3.7	Représentation des nappes libre et captive dans un modèle mathématique : équation de diffusivité (Ledoux, 2009) . . . . .	28
3.8	Représentation de l'équation du transport (Rausch, 2010) . . . . .	29
4.1	Méthodes de résolution numérique (Rausch, 2010), Approches de discrétisation (NGCLC, 2001, Carrera et al., 2010)et Taille et forme des mailles (Ledoux, 2003) . . . . .	31
4.2	Positionnement des noeuds aux limites et comparaison entre grille à mailles centrées et grille à points centrés (Rausch, 2010) . . . . .	33
4.3	Résolution numérique par différences finies 1D et 2D . . . . .	34
5.1	Éléments de la terminologie de la modélisation (Schlesinger et al., 1979) .	38
5.2	Différentes conditions aux limites d'une nappe aquifère (De Marsily, 2004)	39
5.3	Conditions aux limites et domaine modélisé (Zheng, 2011)et exemple de conditions aux limites (Rausch, 2010) . . . . .	41
5.4	Assèchement des mailles dans un aquifère libre (Rausch, 2010) et test de sensibilité à la perméabilité dans la Soummam (Kessasra, 2015) . . . . .	44
5.5	Diagrammes de corrélation du modèle de la Soummam (Kessasra, 2015) . .	45

---

6.1	Sous bassin versant de la Soummam (Kessasra, 2014) . . . . .	49
6.2	Coupe géologique au Sud d'El Kseur (Kessasra, 2014) . . . . .	50
6.3	Modèle pluie-débit dans le sous bassin versant de la Soummam : phase de calage (Kessasra et al., 2015) . . . . .	52
6.4	Modèle pluie-débit dans le sous bassin versant de la Soummam : phase de validation (Kessasra et al., 2015) . . . . .	53
6.5	Discretisation de la nappe des alluvions de la basse vallée de la Soummam (Kessasra, 2015) . . . . .	55
6.6	Exemple de calage en régime permanent (Mars 2011), nappe des alluvions de la basse Soummam (Kessasra, 2015) . . . . .	56
6.7	Diagramme de corrélation et test de vérification du modèle de la basse Soummam (Kessasra, 2015) . . . . .	57

---

# Liste des tableaux

2.1	L'approche analytique et l'approche systémique (Tranouez, 2005) . . . . .	13
3.1	Performances moyennes sur l'échantillon de 1111 bassins versants jaugés (Rojas-Serna, 2005) . . . . .	20
3.2	Éléments à prévoir dans la gestion des ressources en eau (Christin, 2008) .	21
6.1	Bilan d'eau du modèle de la basse Soummam en régime transitoire, mars 2011. Les valeurs sont en $m^3/j$ . . . . .	58
6.2	Simulations du modèle de la vallée de la Soummam et différents scénarios adoptés. Les données sont en $Mm^3/an$ . . . . .	58

# Bon courage



## LIENS UTILES 🙌

### Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

