



TD de Dynamique
Série N°2

Exercice 1

Un point matériel M de masse m décrit dans un référentiel galiléen $R(Oxyz)$ un mouvement plan. La position du point M à un instant donné est définie par le rayon vecteur \vec{r} et l'angle $\theta(t) = (\vec{e}_x, \vec{e}_r)$. Le vecteur unitaire \vec{e}_r fait l'angle $\frac{\pi}{2}$ avec le vecteur unitaire \vec{e}_θ .

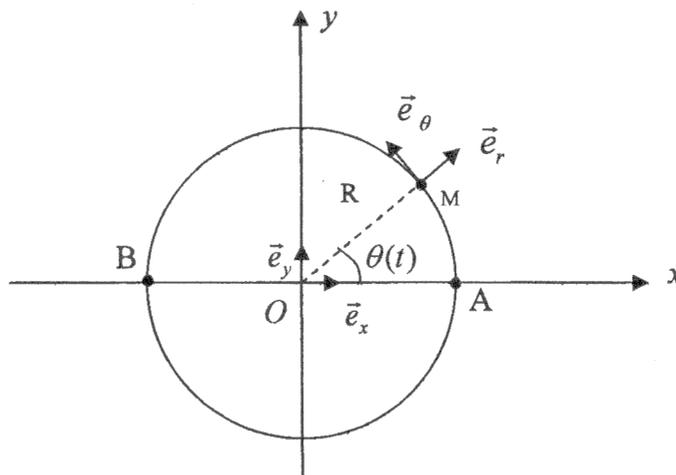
1- Montrer que la vitesse \vec{V} et l'accélération $\vec{\gamma}$ du point M sont données, en coordonnées polaires, par :

$$\vec{V} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta ; \quad \vec{\gamma} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \vec{e}_r + \left[2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] \vec{e}_\theta$$

2- On suppose maintenant que la trajectoire du point M est circulaire de rayon R et de centre O , et

on pose : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$; $\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$;

α est une constante donnée.



3- Dédurre les expressions de la vitesse \vec{V} et de l'accélération $\vec{\gamma}$ du point M en fonction de $R, \omega, \alpha, \vec{e}_r$ et \vec{e}_θ .

Pour décrire cette trajectoire circulaire avec l'accélération angulaire α constante, le point M est soumis à des forces dont la résultante \vec{F} s'écrit :

$$\vec{F} = F_r \vec{e}_r + F_\theta \vec{e}_\theta$$

4- En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer les composantes F_r et F_θ .

5- Calculer le travail W_{AB} de la résultante \vec{F} lors du déplacement du point M de A en B (voir figure), en fonction de m, α et R .

6- Calculer l'énergie cinétique E_c du point M et vérifier le théorème de l'énergie cinétique entre le point A et le point B.

Exercice 2 :

Les points O, A(1, 0), B(0, 1) et C(1, 1) sont les quatre sommets d'un carré (figure 2).

On note \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 les chemins OAC et OBC, décrits par un point matériel M soumis à la force :

$$\vec{F} = \alpha (y \vec{e}_x - x \vec{e}_y)$$

où α est une constante.

Evaluer les travaux W_1 et W_2 de la force \vec{F} le long des trajets \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

Commenter le résultat obtenu.

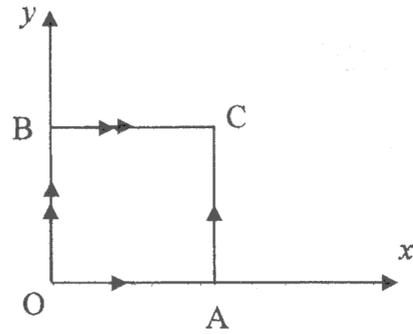


Figure 2

Exercice 3 :

Un point matériel M, de masse m se déplace sous la seule action du champ de force $\vec{F} = m f(r) \vec{e}_r$, sur le cercle d'équation polaire $r = 2a \cos \theta$ situé dans le plan xOy d'un référentiel galiléen.

$$\vec{r} = O\vec{M} ; \theta = (\vec{Ox}, O\vec{M}) \quad a = \text{cte} > 0.$$

A l'instant initial, le point M se trouve en A ($\theta = 0$) et sa vitesse initiale est v_0 .

1) a) En utilisant le théorème du moment cinétique, montrer que le moment cinétique $\vec{\sigma}_0$ de M par rapport à O reste constant.

b) Retrouver l'expression du vecteur moment cinétique $\vec{\sigma}_0$.

c) En remarquant que $\vec{\sigma}_0(t=0)$ est égal à $\vec{\sigma}_0(t)$, en déduire la valeur de la vitesse angulaire $\frac{d\theta}{dt}$ en fonction de r, a et v_0 .

2) Exprimer en fonction de v_0 et θ , les composantes radiale \vec{v}_r et orthoradiale \vec{v}_θ de la vitesse \vec{v} de M et écrire son expression vectorielle.

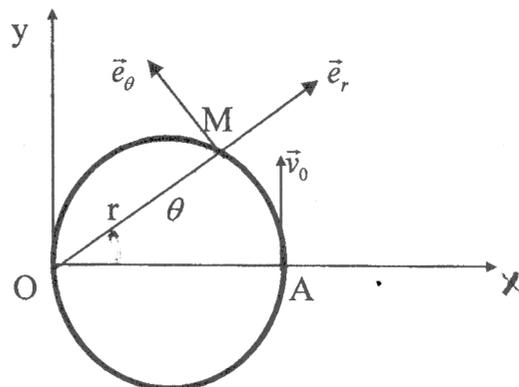
3) a) Exprimer en fonction de v_0 et θ , les composantes γ_r et γ_θ de l'accélération du point M.

b) En utilisant le principe fondamental de la dynamique, en déduire que la fonction $f(r)$ est de la forme $-\frac{k}{r^5}$. Exprimer k en fonction de v_0 et a.

4) a) Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_p , dont dérive le champ de force \vec{F} , en fonction de m, k et r. L'énergie potentielle est supposée nulle à l'infini.

b) Calculer l'énergie cinétique de M en fonction de m, k et r.

c) En déduire que l'énergie mécanique de la particule M est nulle.



Bon courage



LIENS UTILES 🙌

Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

