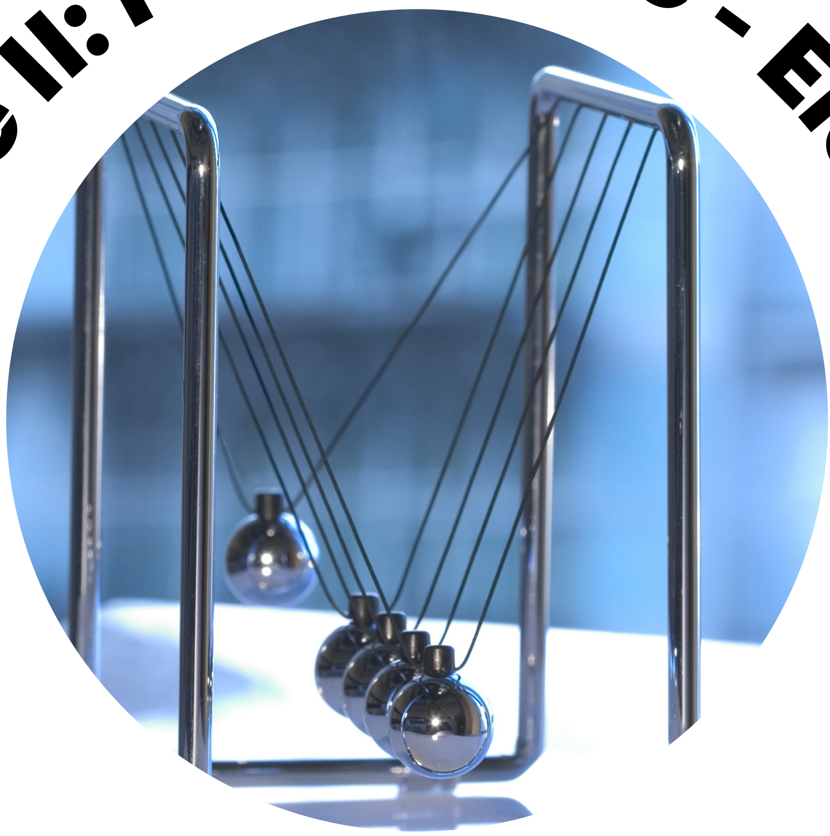
Physique II: Mécanique - Electricité



SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

MECANIQUE DU POINT

CHAPITRE II : DYNAMIQUE DU POINT PRINCIPES FONDAMENTAUX

1. GENERALITES

▲On appelle dynamique l'étude de la relation entre les mouvements d'un corps et les causes qui les produisent. A la base de la dynamique, on trouve les notions de force et de masse.

1.1. La force

Une force peut être représentée par un vecteur défini par : le point d'application, la direction, le sens et le module.
Le module d'une force est une grandeur mesurable exprimée en Newton (N).
L'effet de plusieurs forces est donné par leur résultante vectorielle.

Exemples de forces :
Force musculaire, élastique, de pression, électrostatique, magnétique, gravitationnelle.....

1.2. La masse

On attribue à chaque corps un scalaire $m > 0$ appelé masse. La masse m s'exprime en kg

Exemple :
Le poids : $\vec{P} = m\vec{g}$ avec m en kg , g en m/s^2 et P en N.

2. PRINCIPES DE LA MECANIQUE

2.1. Première loi de Newton : Principe de l'inertie

Considérons le cas d'une particule isolée (la somme des forces appliquée est nulle).
▲Il existe au moins un repère, dit repère galiléen ou repère d'inertie, dans lequel le mouvement de la particule est rectiligne et uniforme.

2.1.1. Exemple de repère galiléen

Repère de Copernic, constitué d'un observateur au centre du système solaire visant trois étoiles fixes.

Repère terrestre, constitué d'un observateur et de trois directions liées à la partie solide de la terre. Ce référentiel constitue une bonne approximation d'un référentiel galiléen.

2.1.2.

2.1.3. Conséquence du principe de l'inertie

En l'absence de force, une particule est animée d'un mouvement rectiligne uniforme ou bien, elle est au repos (dans un référentiel galiléen).

2.2. Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

▲Dans un référentiel galiléen, un point matériel M, soumis à des forces de résultante $\vec{F}$, n'a pas un mouvement rectiligne et uniforme. Sa quantité de mouvement $\vec{P} = m\vec{V}$ subit une modification suivant la relation :

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{\gamma}}$$

$\vec{V}$ est la vitesse de la particule

Avec $\vec{F} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{\gamma}$

Remarque : Principe fondamental de la dynamique dans un repère non galiléen

Soit $R_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$, une référentiel non galiléen, en mouvement par rapport à un référentiel galiléen.

Pour exprimer le principe fondamental de la dynamique dans R_1, il faut ajouter à la somme des forces réelles $\vec{F} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$, les forces d'inertie d'entraînement $\vec{F}_e$ et de coriolis $\vec{F}_c$.

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} + \vec{F}_e + \vec{F}_c = m\vec{\gamma}_{R_1}}$$

avec $\vec{F}_e = -m\overrightarrow{\gamma_e}(R_1 / R)$

et $\vec{F}_c = -m\overrightarrow{\gamma_c}(R_1 / R)$

2.3. Troisième principe de la dynamique : principe de l'action et de la réaction

▲Soit une particule M_1 exerçant une force $\vec{F}_{12}$ sur une particule M_2 ; la particule M_2 exerce alors une force égale et opposée $\vec{F}_{21}$ sur la particule M_1, telle que :

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Exemple : Force électrique entre deux charges q_1 et q_2 :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u} \qquad \vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}$$

2.4. Enoncé du théorème du moment cinétique

2.4.1. Définition du moment cinétique

▲Le moment cinétique $\vec{\sigma}_0$ d'un point matériel M par rapport à un point O fixe est le moment par rapport à O de la quantité du mouvement du point M.

$$\boxed{\vec{\sigma}_o = \vec{\mathrm{M}}_o(\vec{P}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}}$$

2.4.2. Théorème du moment cinétique

▲La dérivée par rapport au temps du moment cinétique du point M par rapport à un point fixe O est égale au moment par rapport à ce point O de la somme des forces agissant sur le point M.

En effet :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\sigma}_o}{dt} &= \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}) \\ &= \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \wedge m\vec{V} + \overrightarrow{OM} \wedge m\frac{d\vec{V}}{dt} \\ &= \vec{V} \wedge m\vec{V} + \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{\gamma} \\ &= \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \vec{\mathrm{M}}_o(\vec{F}) \end{aligned}$$

d'où

$$\boxed{\frac{d\vec{\sigma}_o}{dt} = \vec{\mathrm{M}}_o(\vec{F})}$$

2.5. Exemple d'application

Une particule de masse m, est soumise à deux fours perpendiculaires :

- $\vec{f}_1$, dirigée suivant l'axe Ox : $f_1 = a_1 \sin\omega t$

- $\vec{f}_2$, dirigée suivant l'axe Oy : $f_2 = a_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = a_2 \cos \omega t$

A l'instant $t = 0$, la particule est au repos à l'origine O des coordonnées.
Déterminer :

a) La vitesse de la particule à l'instant t, en fonction des constantes ω, a_1, a_2 et m.
b) Le module de la vitesse de la particule, à chaque instant, dans le cas où $a_1 = a_2 = a$
c) La position de la particule au moment où elle s'arrête.

Réponse :

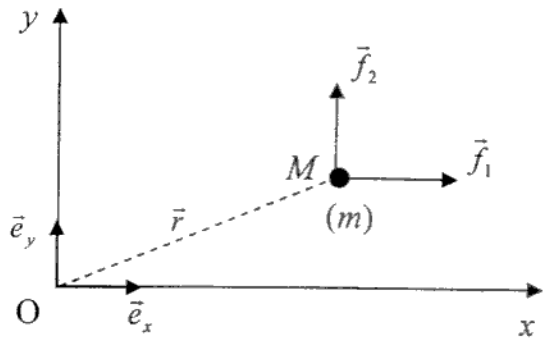
a) La particule est soumise à la force

$$\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = m\vec{\gamma} = m\frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\vec{f}}{m} = \frac{\vec{f}_1 + \vec{f}_2}{m}$$

$$= \frac{a_1}{m}\sin \omega t\, \vec{e}_x + \frac{a_2}{m}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\vec{e}_y$$

$$= \frac{a_1}{m}\sin \omega t\, \vec{e}_x + \frac{a_2}{m}\cos \omega t\, \vec{e}_y$$



En intégrant par rapport au temps, on obtient le vecteur vitesse :

$$\vec{V} = \frac{-a_1}{m\omega}\cos \omega t\, \vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega}\sin \omega t\, \vec{e}_y + \vec{A}$$

La constante d'intégration $\vec{A}$ est déterminée à partir des conditions initiales ($t=0$, $V=0$) :

$$\vec{0} = \frac{-a_1}{m\omega}\vec{e}_x + \vec{A} \quad \Rightarrow \quad \vec{A} = \frac{a_1}{m\omega}\vec{e}_x$$

d'où $$\vec{V} = \frac{a_1}{m\omega}(1 - \cos \omega t)\vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega}\sin \omega t\, \vec{e}_y$$

b) Module de $\vec{V}$

$$\|\vec{V}\| = \left[\left(\frac{a_1}{m\omega}\right)^2 (1 - \cos \omega t)^2 + \left(\frac{a_2}{m\omega}\right)^2 \sin^2 \omega t\right]$$

Si $a_1 = a_2 = a$; le module de la vitesse aura comme expression :

$$\|\vec{V}\| = \frac{a}{m\omega}\left[2\left(1 - \cos \omega t\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Or $$1 - \cos \omega t = 2\sin^2 \frac{\omega t}{2}$$

Le module de la vitesse est alors :

$$\|\vec{V}\| = V = \frac{2a}{m\omega}\sin \frac{\omega t}{2}$$

C) Position de la particule au moment où elle s'arrête.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \int \vec{V}\, dt$$

$$\vec{r} = \int \left[\frac{a_1}{m\omega}(1-\cos\omega t)\vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega}\sin\omega t\,\vec{e}_y \right] dt$$

$$= \frac{a_1}{m\omega}(t - \frac{1}{\omega}\sin\omega t)\vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega}.\frac{-1}{\omega}\cos\omega t\,\vec{e}_y + \vec{B}$$

$$= \frac{a_1}{m\omega^2}(\omega t - \sin\omega t)\vec{e}_x - \frac{a_2}{m\omega^2}\cos\omega t\,\vec{e}_y + \vec{B}$$

$\vec{B}$ est déterminée d'après ($t = 0, \vec{r} = \vec{0}$) :

$$\vec{0} = -\frac{a_2}{m\omega^2}\vec{e}_y + \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{a_2}{m\omega^2}\vec{e}_y$$

$$\vec{r} = \frac{a_1}{m\omega}(\omega t - \sin\omega t)\vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega^2}(1-\cos\omega t)\vec{e}_y$$

La particule s'arrête si $V = 0$, soit :

$$\|\vec{V}\| = V = \frac{2a}{m\omega}\sin\frac{\omega t}{2} = 0$$

et $\quad \sin\frac{\omega t}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega t = 2k\pi$

La position correspondante est alors :

$$\vec{r} = \frac{a_1}{m\omega^2}(2k\pi - 0)\vec{e}_x + \frac{a_2}{m\omega^2}(1-1)\vec{e}_y$$

soit $\quad \vec{r} = \dfrac{2k\pi\, a_1}{m\omega^2}\vec{e}_x$

Bon courage

LIENS UTILES ☝

Visiter :

1. https://biologie-maroc.com
   - Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. https://biologie-maroc.com/shop/
   - Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
   - Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
   - Trouver des bourses et des écoles privées

3. https://biologie-maroc.com/emploi/
   - Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
   - Trouver des offres d'emploi et de stage