

Physique II: Mécanique - Electricité

SCIENCES DE LA
VIE ET DE LA TERRE



Shop



- Cahiers de Biologie + Lexique
- Accessoires de Biologie



Etudier



Visiter [Biologie Maroc](http://www.biologie-maroc.com) pour étudier et passer des QUIZ et QCM en ligne et Télécharger TD, TP et Examens résolus.



Emploi



- CV • Lettres de motivation • Demandes...
- Offres d'emploi
- Offres de stage & PFE

Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences Tétouan
Département de Physique

Filière SVT1: Semestre S1

Physique

MECANIQUE DU POINT ET MECANIQUE DES FLUIDES

 El Yachloufi - Ayroul - Ezbak

TABLE DES MATIERES

MECANIQUE DU POINT

CHAPITRE I : CINEMATIQUE DU POINT

1. MOUVEMENT RECTILIGNE.....	1
1.1. Trajectoire (ou position).....	1
1.2. Vecteur vitesse.....	2
1.3. Vecteur accélération	2
1.4. Exemples	3
1.4.1. Mouvement rectiligne uniforme	3
1.4.2. Mouvement rectiligne uniformément accéléré.....	3
1.4.3. Mouvement rectiligne sinusoïdal	3
2. MOUVEMENTS PLANS.....	4
2.1. Coordonnées cartésiennes (x,y).....	4
2.2. Coordonnées polaires (r, θ)	4
2.3. Application : Mouvement circulaire	6
2.3.1. Composantes polaires	6
2.3.2. Composantes intrinsèques.....	7
3. MOUVEMENT DANS L'ESPACE	7
3.1. Coordonnées cartésiennes (x,y,z)	7
3.2. Coordonnées cylindriques (r, θ , z)	8
4. CHANGEMENT DE REFERENTIEL	8
4.1. Problème de composition du mouvement	8
4.2. Loi de composition des vitesses	10
4.2.1. La vitesse absolue	10
4.2.2. La vitesse relative	10
4.2.3. La vitesse d'entraînement	11
4.3. Loi de composition des accélérations	11
4.3.1. L'accélération absolue	11
4.3.2. L'accélération relative	12
4.3.3. L'accélération d'entraînement	12
4.3.4. L'accélération complémentaire ou de coriolis	12
4.4. Cas d'un mouvement de translation	13
4.5. Cas d'un mouvement uniforme de rotation	13

CHAPITRE II : DYNAMIQUE DU POINT PRINCIPES FONDAMENTAUX

1. GENERALITES.....	14
1.1. La force.....	14
1.2. La masse.....	14
2. PRINCIPES DE LA MECANIQUE	14
2.1. Première loi de Newton : Principe de l'inertie.....	14
2.1.1. Exemple de repère galiléen.....	15
2.1.2. Conséquence du principe de l'inertie.....	15
2.2. Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique (PFD).....	15

2.3. Troisième principe de la dynamique : principe de l'action et de la réaction.....	16
2.4. Enoncé du théorème du moment cinétique.....	16
2.4.1. Définition du moment cinétique.....	16
2.4.2. Théorème du moment cinétique.....	16
2.5. Exemple d'application.....	16

CHAPITRE III : DYNAMIQUE DU POINT TRAVAIL, ENERGIE POTENTIELLE, ENERGIE CINETIQUE ET LOI DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

1. TRAVAIL – PUISSANCE.....	19
1.1. Travail élémentaire.....	19
1.2. Travail total.....	19
1.3. Puissance instantanée.....	20
1.4. Puissance moyenne.....	20
1.5. Cas particulier.....	20
2. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE.....	20
3. ENERGIE POTENTIELLE ET ENERGIE MECANIQUE.....	21
3.1. Cas des forces conservatives.....	21
3.2. Propriétés de forces conservatives.....	21
3.3. Cas des forces non conservatives (ou dissipatives).....	22
4. CONDITIONS D'EQUILIBRE – STABILITE.....	22
5. EXEMPLES D'APPLICATION.....	23
5.1. Exemple du calcul de l'énergie et du moment cinétique.....	23
5.2. Exemple du calcul de la position d'équilibre.....	24

MECANIQUE DES FLUIDES

CHAPITRE IV : STATIQUE DES FLUIDES (HYDROSTATIQUE)

1. DEFINITIONS ET PROPRIETES.....	26
1.1. Définition d'un fluide.....	26
1.2. Fluide incompressible et compressible.....	26
1.3. Fluides parfaits et fluides visqueux.....	26
1.4. Masse volumique est densité d'un corps.....	27
2. FORCE EXERCEE PAR UN FLUIDE AU REPOS – PRESSION.....	27
3. STATIQUE DES FLUIDES (HYDROSTATIQUE).....	28
3.1. Loi fondamentale de la statique.....	28
3.2. Cas des fluides compressibles (gaz).....	29
3.2.1. Cas d'un gaz parfait à température constante.....	29
3.2.2. Cas d'un gaz parfait à température variable.....	30
3.3. Cas des fluides incompressibles (liquides).....	31
3.3.1. Conséquences.....	31
3.3.2. Applications.....	32

C..HAPITRE V : DYNAMIQUE DES FLUIDE (HYDRODYNAMIQUE)

1. DEFINITION.....	34
2. ECOULEMENT D'UN LIQUIDE PARFAIT – THEOREME DE BERNOULLI	
34	
2.1. Conditions d'applications.....	34
2.2. Débits volumique et massique.....	34
2.3. Equation de Bernoulli.....	35
2.4. Application - Tube de Venturi.....	37
3. DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX.....	37
3.1. Viscosité des fluides.....	37
3.2. Loi de Poiseuille.....	38
4. THEOREME D'ARCHIMEDE.....	39
4.1. Application : Les corps flottants.....	39
4.2. Méthode de mesure de la masse volumique d'un corps.....	40

MECANIQUE DU POINT

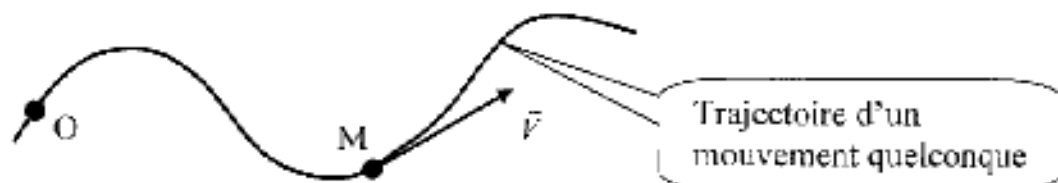
CHAPITRE I : CINEMATIQUE DU POINT

▲ C'est l'étude des mouvements d'un point matériel, en fonction du temps, indépendamment des causes qui les produisent.

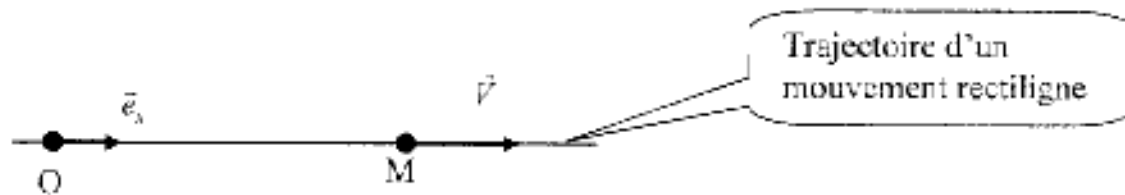
1. MOUVEMENT RECTILIGNE

1.1. Trajectoire (ou position)

▲ C'est le lieu géométrique des positions occupées par la particule quand le temps s'écoule.



Dans le cas d'un mouvement rectiligne, la trajectoire du mobile est une droite. Il est repéré par le vecteur $\overrightarrow{OM}$.



O est l'origine des espaces.

$\vec{v}$ est le vecteur vitesse de la particule, c'est un vecteur porté par la tangente à la trajectoire.

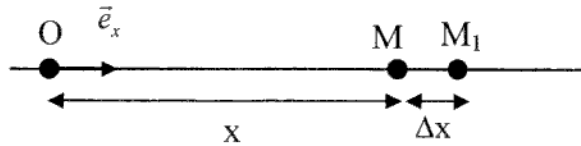
$\vec{e}_x$ est le vecteur unitaire sur la trajectoire tel que :

$$\overrightarrow{OM} = x \vec{e}_x$$

x est l'abscisse de M. En général x est relié au temps t par une équation de la forme : $x = f(t)$. C'est l'équation horaire du mouvement.

1.2. Vecteur vitesse

Soit M et M_1 les positions de la particule aux instants t et $t_1 = t + \Delta t$



Les vecteurs positions correspondant sont :

$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{e}_x$$

$$\overrightarrow{OM_1} = x_1 \vec{e}_x = (x + \Delta x) \vec{e}_x$$

▲ On appelle vecteur vitesse moyenne de la particule entre les instants t et t_1 , le vecteur :

$$\boxed{\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM}}{t_1 - t} = \frac{\overrightarrow{MM_1}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{e}_x}$$

▲ On appelle vecteur vitesse de la particule à l'instant t la limite du vecteur vitesse moyenne quand $t_1 \rightarrow t$, soit :

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{e}_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_m$$

On note cette limite

$$\boxed{\vec{V}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{e}_x = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

La vitesse s'exprime en m.s^{-1} dans le système MKSA.

1.3. Vecteur accélération

▲ On appelle accélération de la particule à l'instant t , le vecteur :

$$\boxed{\vec{\gamma}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{e}_x}$$

γ s'exprime m/s^2 .

1.4. Exemples

1.4.1. Mouvement rectiligne uniforme

L'équation horaire du mouvement est :

$$x = at + b$$

D'où $V = \frac{dx}{dt}$ et $\gamma = \frac{dV}{dt}$ soit $V = a$ et $\gamma = 0$

Le mouvement uniforme est donc caractérisé par une vitesse constante et une accélération nulle.

1.4.2. Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Dans ce cas l'équation horaire du mouvement sera :

$$x = \frac{1}{2} \gamma_o t^2 + v_o t$$

D'où $V = \gamma_o t + V_o$ et $\gamma = \gamma_o$

Le mouvement uniformément accéléré est caractérisé par une accélération constante.

1.4.3. Mouvement rectiligne sinusoïdal

L'équation horaire est :

$$x = x_o \sin(\omega t + \varphi)$$

x_o : amplitude du mouvement ($x_o > 0$ par convention)

ω : pulsation ($\omega > 0$ par convention)

φ : phase à l'origine des temps

$T = \frac{2\pi}{\omega}$: période

$f = \frac{1}{T}$: fréquence

La vitesse est donnée par :

$$V = \frac{dx}{dt} = \omega x_o \cos(\omega t + \varphi)$$

L'accélération sera :

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = -\omega^2 x_o \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

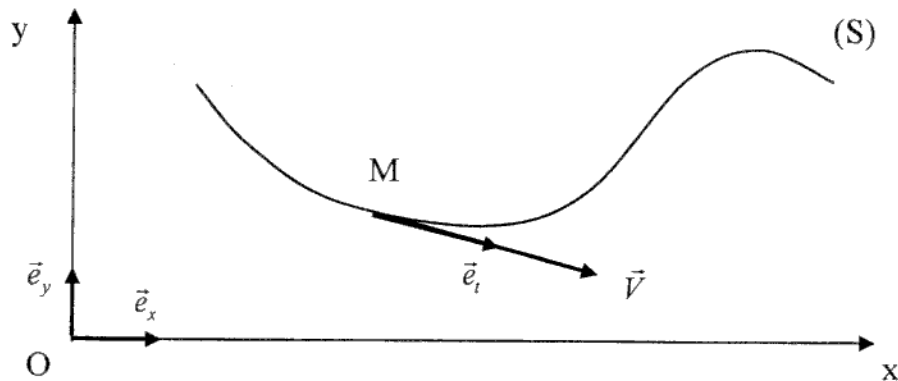
L'équation différentielle du mouvement est :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{car} \quad \gamma = -\omega^2 x = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

2. MOUVEMENTS PLANS

La trajectoire du mobile est contenue dans un plan. La longueur s du parcours décrit par M sur sa trajectoire est l'abscisse curviligne.

2.1. Coordonnées cartésiennes (x,y)



- vecteur position $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y$
- déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = d\overrightarrow{OM} = d\vec{r} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y$
- vecteur vitesse $\boxed{\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy(t)}{dt}\vec{e}_y}$

$\vec{V}$ est un vecteur tangent à la trajectoire tel que :

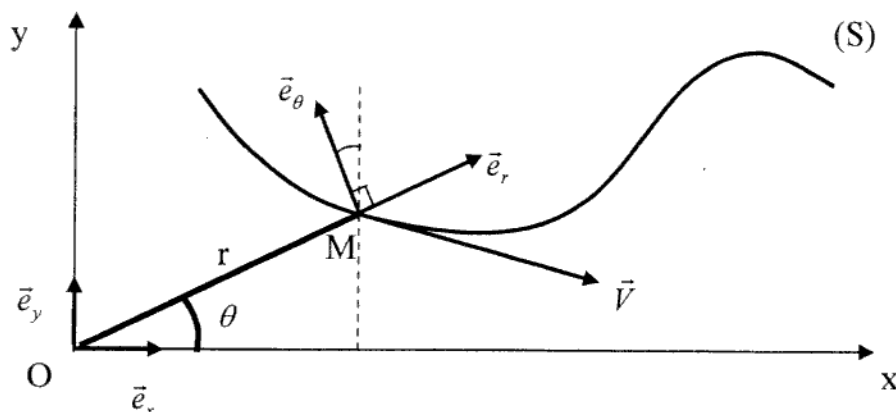
$$\vec{V} = V\vec{e}_t$$

$\vec{e}_t$ est le vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire.

- vecteur accélération

$$\boxed{\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{e}_x + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{e}_y}$$

2.2. Coordonnées polaires (r, θ)



Les coordonnées polaires sont : $\begin{cases} r : (r \geq 0) \\ \theta : 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$

• vecteur position $\overrightarrow{OM} = r(t) \vec{e}_r$
avec

$$\begin{aligned} \vec{e}_r &= \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y \\ \vec{e}_\theta &= -\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y \end{aligned}$$

et

$$\frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = \vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\vec{e}_r$$

d'où
$$\begin{cases} \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta \\ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\frac{d\theta}{dt} \vec{e}_r \end{cases}$$

Le vecteur vitesse sera :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(r \vec{e}_r) \\ &= \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\vec{e}_r}{dt} \\ &= \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} \end{aligned}$$

d'où

$$\boxed{\vec{V} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta}$$

$V_r = \frac{dr}{dt}$: Composante radiale de la vitesse

$V_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$: Composante orthoradiale de la vitesse

• Autre méthode :

Le déplacement élémentaire en coordonnées polaires est

$$d\vec{\ell} = d\overrightarrow{OM} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta$$

et
$$\vec{V} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta$$

• Autre notation :

$$\vec{V} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

Le vecteur accélération est donné par :

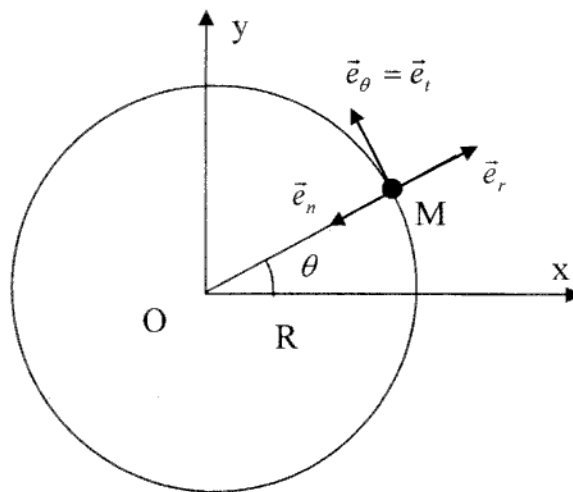
$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta \right)$$

$$\vec{\gamma} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \vec{e}_r + \left[2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] \vec{e}_\theta$$

$$\gamma_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 : \text{Composante radiale}$$

$$\gamma_\theta = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} : \text{Composante orthoradiale}$$

2.3. Application : Mouvement circulaire



La trajectoire de la particule est un cercle de rayon R et de centre O .

2.3.1. Composantes polaires

$$r = OM; \quad \theta = (Ox, \widehat{OM})$$

$$\overrightarrow{OM} = R \vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = R \frac{d\vec{e}_r}{dt} \quad \text{avec} \quad \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

d'où

$$\vec{V} = R \dot{\theta} \vec{e}_\theta = R \omega \vec{e}_\theta$$

$\omega = \dot{\theta}$ est la vitesse angulaire.

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}}{dt} = R\ddot{\theta}\vec{e} + R\dot{\theta} \frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$$

avec $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\dot{\theta}\vec{e}_r$ car $\frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\vec{e}_r$

d'où
$$\boxed{\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2 \vec{e}_r + R\ddot{\theta} \vec{e}_\theta}$$

2.3.2. Composantes intrinsèques

$$\boxed{\vec{V} = R\dot{\theta}\vec{e}_t = R\omega\vec{e}_t}$$
 car $\vec{e}_t = \vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_n = -\vec{e}_r$

$$V = R\dot{\theta} \Rightarrow R\dot{\theta}^2 = \frac{V^2}{R}$$

et $R\ddot{\theta} = \frac{dV}{dt}$

d'où
$$\boxed{\vec{\gamma} = \frac{dV}{dt} \vec{e}_t + \frac{V^2}{R} \vec{e}_n}$$

$\gamma_t = \frac{dV}{dt}$ Composante tangentielle

$\gamma_n = \frac{V^2}{R}$ Composante normale

Remarque : Pour un mouvement quelconque, on utilise la même expression avec dans ce cas $R = \rho$ (rayon de courbure de la trajectoire).

3. MOUVEMENT DANS L'ESPACE

3.1. Coordonnées cartésiennes (x,y,z)

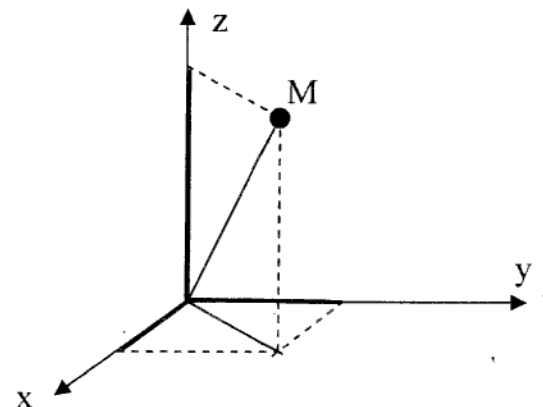
Le vecteur position est dans ce cas :

$$\overline{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

La vitesse sera :

$$\boxed{\vec{V}(M) = \frac{d\overline{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z}$$

L'accélération est donnée par :



$$\vec{\gamma}(M) = \frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = \ddot{x} \vec{e}_x + \ddot{y} \vec{e}_y + \ddot{z} \vec{e}_z$$

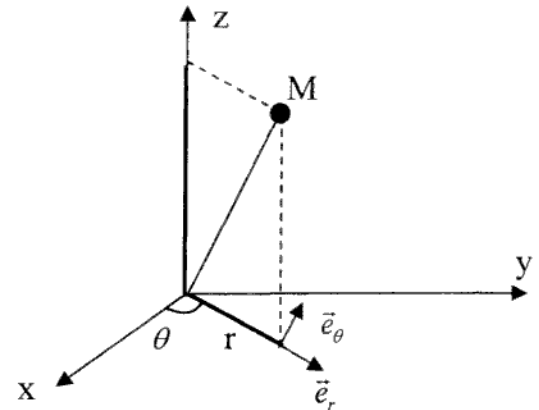
3.2. Coordonnées cylindriques (r, θ, z)

r, θ, z sont les coordonnées cylindrique du point M , avec $r \geq 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi, z \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{Om} + \overrightarrow{mM} \\ &= r \vec{e}_r + z \vec{e}_z \end{aligned}$$

La vitesse sera :

$$\vec{V}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{e}_z$$



Remarque : Autre méthode de calcul de la vitesse

Le déplacement élémentaire en coordonnées polaires est

$$d\vec{\ell} = d\overrightarrow{OM} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + dz \vec{e}_z$$

et

$$\vec{V}(M) = \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta + \frac{dz}{dt} \vec{e}_z$$

L'accélération est :

$$\vec{\gamma}(M) = \frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = \ddot{r} \vec{e}_r + \dot{r} \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{r} \dot{\theta} \vec{e} + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta + r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + \ddot{z} \vec{e}_z$$

$$\vec{\gamma}(M) = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta}) \vec{e}_\theta + \ddot{z} \vec{e}_z$$

4. CHANGEMENT DE REFERENTIEL

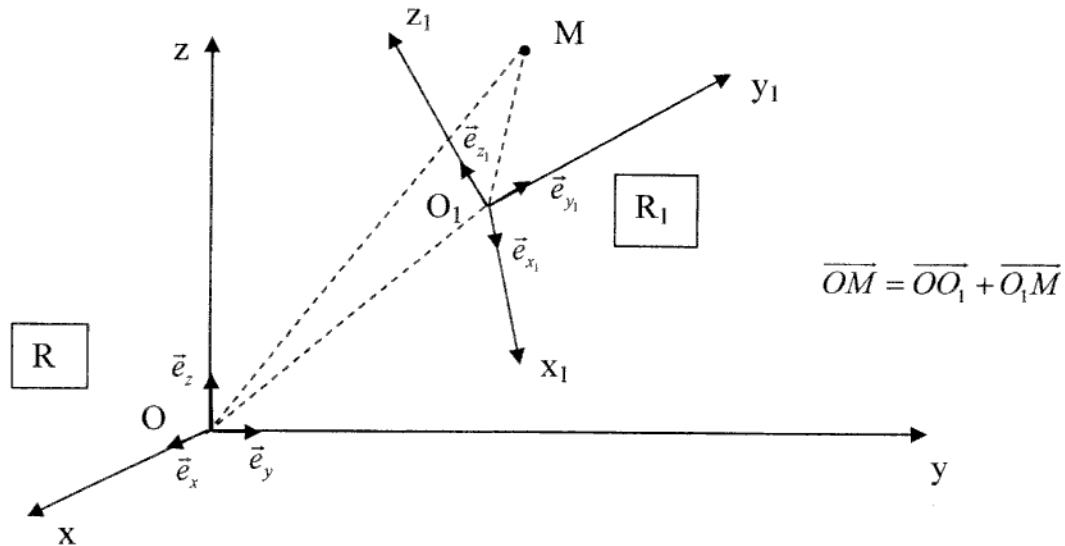
4.1. Problème de composition du mouvement

Considérons le mouvement d'un point M , dans deux repère (voir figure) : un repère orthonormé $R(O, x, y, z)$ fixe, dit « absolu », et dans un repère orthonormé $R_l(O_l, x_l, y_l, z_l)$, dit « relatif », mobile par rapport à (R) .

▲ On appellera :

- Mouvement absolu : celui de M dans le repère fixe R .
- Mouvement relatif : celui de M dans le repère mobile R_l .

- Mouvement d'entraînement : celui de R_1 par rapport à R .
- Point coïncident : point M_C confondu géométriquement avec le point M à l'instant t , mais fixe par rapport au repère mobile R_1 .



En général, le mouvement de R_1 par rapport à R se compose d'un mouvement de translation et d'un mouvement de rotation, défini par le vecteur instantané de rotation $\vec{\omega}(R_1/R)$.

L'utilisation de $\vec{\omega}(R_1/R)$ permet de calculer la dérivée dans R d'un vecteur $\vec{A}$ exprimé dans R_1 :

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_R = \left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_{R_1} + \vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{A}$$

Pour les vecteurs unitaires de R_1 on a :

$$\left(\frac{d\vec{e}_{x_1}}{dt} \right)_R = \vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{e}_{x_1}$$

$$\left(\frac{d\vec{e}_{y_1}}{dt} \right)_R = \vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{e}_{y_1}$$

$$\left(\frac{d\vec{e}_{z_1}}{dt} \right)_R = \vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{e}_{z_1}$$

Avec dans le cas général :

$$\vec{\omega}(R_1/R) = \omega_{x_1} \vec{e}_{x_1} + \omega_{y_1} \vec{e}_{y_1} + \omega_{z_1} \vec{e}_{z_1}$$

Dans le cas d'une rotation cylindrique de R_1 par rapport à R , le vecteur rotation autour de l'axe Oz est donné par :

$$\vec{\omega}(R_1/R) = \dot{\theta} \vec{e}_{z_1} = \dot{\theta} \vec{e}_z$$

$\dot{\theta}$ est la dérivée de l'angle de rotation autour de l'axe $Oz \equiv Oz_1$.

Problème :

Le problème que nous nous posons est le suivant :

- Connaissant le mouvement de M dans le repère mobile R_1
- Connaissant le mouvement du repère R_1 (mobile) par rapport au repère R (fixe)
- Trouver le mouvement de M dans le repère R . C'est-à-dire : quel mouvement un observateur attaché à R attribuera-t-il à M ?

4.2. Loi de composition des vitesses

4.2.1. La vitesse absolue

▲ C'est la vitesse du point M par rapport au repère fixe (absolu) $R(O, x, y, z)$:

$$\boxed{\vec{V}_a = \vec{V}_R(M) = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_R}$$

Or $\vec{OM} = \vec{OO_1} + \vec{O_1M} = \vec{OO_1} + x_1 \vec{e}_{x_1} + y_1 \vec{e}_{y_1} + z_1 \vec{e}_{z_1}$

Donc

$$\vec{V}_a = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt} \right)_R + \dot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{e}_{z_1} + x_1 \left(\frac{d\vec{e}_{x_1}}{dt} \right)_R + y_1 \left(\frac{d\vec{e}_{y_1}}{dt} \right)_R + z_1 \left(\frac{d\vec{e}_{z_1}}{dt} \right)_R$$

$$\boxed{\vec{V}_a = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt} \right)_R + \dot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{e}_{z_1} + \vec{\omega}(R/R_1) \wedge \vec{O_1M}}$$

4.2.2. La vitesse relative

▲ C'est la vitesse du point M par rapport au repère mobile (relatif) $R_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$:

$$\vec{V}_r = \vec{V}_{R_1}(M) = \left(\frac{d\vec{O_1M}}{dt} \right)_{R_1}$$

$$\vec{V}_r = \dot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{e}_{z_1}$$

4.2.3. La vitesse d'entraînement

▲ C'est la vitesse du point coïncidant M_c dans le repère R :

$$\vec{V}_e = \left(\frac{d\vec{OM_c}}{dt} \right)_{R_1} \quad \text{avec} \quad \vec{OM_c} = \vec{OO_1} + \vec{O_1M_c}$$

$$\vec{V}_e = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt} \right)_R + \left(\frac{d\vec{O_1M_c}}{dt} \right)_R = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt} \right)_R + x_1 \left(\frac{d\vec{e}_{x_1}}{dt} \right)_R + y_1 \left(\frac{d\vec{e}_{y_1}}{dt} \right)_R + z_1 \left(\frac{d\vec{e}_{z_1}}{dt} \right)_R$$

$$\vec{V}_e = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt} \right)_R + \vec{\omega}(R_1 / R) \wedge \vec{O_1M}$$

▲ Nous déduisons donc :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

C'est la loi de composition des vitesses.

4.3. Loi de composition des accélérations

4.3.1. L'accélération absolue

▲ C'est l'accélération du point M par rapport au repère fixe (absolu) $R(O,x,y,z)$:

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_R(M) = \left(\frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \right)_R = \left(\frac{d\vec{V}_a}{dt} \right)_R$$

Si on note $\vec{\omega}(R_1 / R)$ par $\vec{\omega}$ et comme $\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ on a :

$$\left(\frac{d\vec{V}_r}{dt} \right)_R = \left(\frac{d\vec{V}_r}{dt} \right)_{R_1} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$$

et

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\vec{V}_e}{dt}\right)_R &= \left(\frac{d^2\vec{OO}_1}{dt^2}\right)_R + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_R \wedge \vec{O}_1\vec{M} + \vec{\omega} \wedge \left(\frac{d\vec{O}_1\vec{M}}{dt}\right)_R \\ &= \left(\frac{d^2\vec{OO}_1}{dt^2}\right)_R + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_R \wedge \vec{O}_1\vec{M} + \vec{\omega} \wedge \left[\left(\frac{d\vec{O}_1\vec{M}}{dt}\right)_{R_1} + \vec{\omega} \wedge \vec{O}_1\vec{M}\right]\end{aligned}$$

D'où

$$\vec{\gamma}_a = \left(\frac{d\vec{V}_r}{dt}\right)_{R_1} + \left(\frac{d^2\vec{OO}_1}{dt^2}\right)_R + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_R \wedge \vec{O}_1\vec{M} + \vec{\omega} (R_1/R) \wedge [\vec{\omega} \wedge \vec{O}_1\vec{M}] + 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$$

4.3.2. L'accélération relative

▲ C'est l'accélération du point M par rapport au repère $R_1(0, x_1, y_1, z_1)$:

$$\vec{\gamma}_r = \vec{\gamma}_{R_1}(M) = \left(\frac{d^2\vec{O}_1\vec{M}}{dt^2}\right)_{R_1} = \left(\frac{d\vec{V}_r}{dt}\right)_{R_1}$$

$$\vec{\gamma}_r = \ddot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \ddot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \ddot{z}_1 \vec{e}_{z_1}$$

4.3.3. L'accélération d'entraînement

▲ C'est l'accélération du point coïncidant M_c :

$$\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}_R(M_c) = \left(\frac{d^2\vec{OO}_1}{dt^2}\right)_R + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{O}_1\vec{M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O}_1\vec{M})$$

4.3.4. L'accélération complémentaire ou de Coriolis

▲ Cette accélération est définie par :

$$\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$$

▲ Nous déduisons :

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c$$

C'est la loi de composition des accélérations.

4.4. Cas d'un mouvement de translation

R_1 est en translation par rapport à R , donc $\vec{\omega}(R_1 / R) = \vec{0}$

- Composition des vitesses :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{V}_r = \dot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{e}_{z_1} \\ \vec{V}_e = \left(\frac{d\overline{OO_1}}{dt} \right)_R = \vec{V}_R(O_1) \end{cases}$$

- Composition des accélérations

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{\gamma}_r = \ddot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \ddot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \ddot{z}_1 \vec{e}_{z_1} \\ \vec{\gamma}_e = \left(\frac{d^2 \overline{OO_1}}{dt^2} \right)_R = \vec{\gamma}_R(O_1) \\ \vec{\gamma}_c = \vec{0} \end{cases}$$

4.5. Cas d'un mouvement uniforme de rotation

R_1 est en rotation uniforme par rapport à R tel que :

$\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_{z_1} = \dot{\theta} \vec{e}_z$ (rotation cylindrique)

Dans ce cas $\dot{\theta} = c^{te}$ et $\overline{OO_1} = c^{te}$

- Composition des vitesses :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{V}_r = \dot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{e}_{z_1} \\ \vec{V}_e = \vec{\omega} \wedge \overline{O_1 M} = \dot{\theta} \vec{e}_z \wedge \overline{O_1 M} \end{cases}$$

- Composition des accélérations :

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{\gamma}_r = \ddot{x}_1 \vec{e}_{x_1} + \ddot{y}_1 \vec{e}_{y_1} + \ddot{z}_1 \vec{e}_{z_1} \\ \vec{\gamma}_e = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overline{O_1 M}) \\ \vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r \end{cases}$$

Bon courage



LIENS UTILES 🙌

Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

