Ce résumé ne dispense pas de la lecture et de la connaissance du cours.

Définition Mathématiques.

Soit ξ l'espace affine de dimension 3.
Soit E l'espace vectoriel associé.
Soit $B:(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ la base du repère orthonormé direct $\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ de ξ.

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(t)\right]_{\Re}=\lim_{h\to 0}\frac{\vec{V}(t+h)-\vec{V}(t)}{h}$$

La dérivé d'un vecteur est un vecteur.

Notations.

$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(t)\right]_{\xi}$ *ou* $\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(t)\right]_{E}$ *ou de préférence* $\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(t)\right]_{\Re}$ *: Dérivé du vecteur V par rapport à la variable t dans le repère $\Re$*

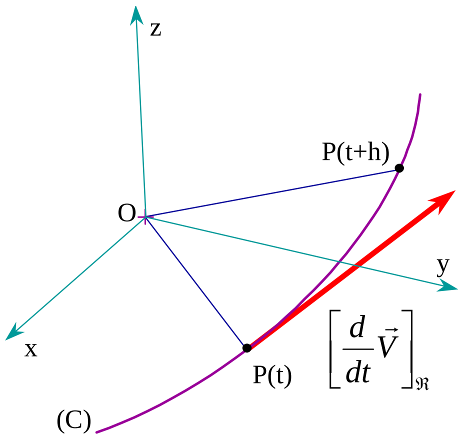
Attention :

t est une variable quelconque qui sera ultérieurement associée au temps.
Dériver le vecteur V par rapport à la variable t dans le repère $\Re$ ne veut pas dire exprimer obligatoirement le vecteur résultat dans $\Re$.

Interprétation géométrique de la dérivé d'un vecteur.

$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(t)\right]_{\Re}=\lim_{t\to 0}=\frac{\overrightarrow{P_{(t)}P_{(t+h)}}}{h}$ *est un vecteur tangent à la courbe(C) au point P(t).*

$\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$



Propriétés.

Dérivé d'une somme de vecteurs.

$$\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1+\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}=\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1)\right]_{\Re_1}+\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}$$

Dérivé du produit d'une fonction scalaire par un vecteur.

$$\left[\frac{d}{dt}(\lambda(t)\bullet\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}=\left[\frac{d}{dt}\lambda(t)\right]_{\Re_1}\bullet\vec{V}_2+\lambda(t)\bullet\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}=\dot{\lambda}(t)\bullet\vec{V}_2+\lambda(t)\bullet\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}$$

Dérivé d'un produit scalaire.

$$\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1\bullet\vec{V}_2)\right]=\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1)\right]_{\Re_1}\bullet\vec{V}_2+\vec{V}_1\bullet\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}$$

Dérivé d'un produit vectoriel.

$$\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}=\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_1)\right]_{\Re_1}\wedge\vec{V}_2+\vec{V}_1\wedge\left[\frac{d}{dt}(\vec{V}_2)\right]_{\Re_1}$$

Dérivé d'une fonction de fonction.

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\theta(t))\right]_{\Re_1}=\left[\frac{d}{d\theta}\vec{V}(\theta)\right]_{\Re_1}\bullet\left[\frac{d}{dt}\theta(t)\right]_{\Re_1}=\left[\frac{d}{d\theta}\vec{V}(\theta)\right]_{\Re_1}\bullet\dot{\theta}$$

Dérivation d'un vecteur exprimé dans $\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ ***par rapport à la variable t dans*** $\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Soit le vecteur

$\vec{V}=a(t)\bullet\vec{x}+b(t)\bullet\vec{y}+c(t)\bullet\vec{z}$ *exprimé dans* $\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}\right]_{\Re}=\left[\frac{d}{dt}a(t)\right]\bullet\vec{x}+\left[\frac{d}{dt}b(t)\right]\bullet\vec{y}+\left[\frac{d}{dt}c(t)\right]\bullet\vec{z}=\dot{a}(t)\bullet\vec{x}+\dot{b}(t)\bullet\vec{y}+\dot{c}(t)\bullet\vec{z}$$

Méthode usuelle.

On exprime le vecteur dans la base de dérivation par des changements de bases successifs.
Une fois le vecteur exprimé dans la base de dérivation on dérive les composantes du vecteur par rapport à la variable t.
Cette méthode engendre des calculs importants dans lequels les risques d'erreurs ne sont pas négligeables.
Vous ne devez pas employer cette méthode si elle n'est pas explicitement demandée dans le sujet, dans le cas de nombreux changement de bases.

Dérivation composée.

Soit les repères orthonormé directs

$\Re:(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ *et* $\Re_1:(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$

Soit le vecteur

$\vec{V}=a(t)\bullet\vec{x}_1+b(t)\bullet\vec{y}_1+c(t)\bullet\vec{z}_1$ *exprimé dans le repère orthonormé direct* $\Re_1:(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$

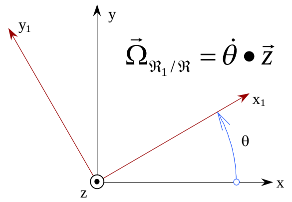
$$\left[\frac{d}{dt}(\vec{V})\right]_{\Re}=\left[\frac{d}{dt}(\vec{V})\right]_{\Re_1}+\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re}\wedge\vec{V}$$

avec $\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re}$ *vecteur rotation de la base* $B_1:(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ *par rapport à la base* $B:(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

Méthode usuelle.

Cette méthode permet de limiter les calculs. Le choix du repère intermédiaire de dérivation doit permettre d'éviter les calculs de changements de bases. Le vecteur résultat ne sera pas exprimé dans le repère de dérivation, sauf si cela est explicitement demandé dans le sujet.

Exemple pour une rotation $\theta:(\vec{x},\vec{x}_1)$



$$\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re}=\dot{\theta}\bullet\vec{z}$$

Vecteurs rotations.

Composition des vecteurs rotations.

$$\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re_n}=\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re_2}+\vec{\Omega}_{\Re_2/\Re_3}+.....+\vec{\Omega}_{\Re n-1/\Re_n}=\sum_{i=2}^{n}\vec{\Omega}_{\Re_i/\Re_{i-1}}$$

Rotation inverse.

$$\vec{\Omega}_{\Re_1/\Re_2}=-\vec{\Omega}_{\Re_2/\Re_1}$$

Bon courage

LIENS UTILES ☝

Visiter :

1. https://biologie-maroc.com
   - Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. https://biologie-maroc.com/shop/
   - Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
   - Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
   - Trouver des bourses et des écoles privées

3. https://biologie-maroc.com/emploi/
   - Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
   - Trouver des offres d'emploi et de stage