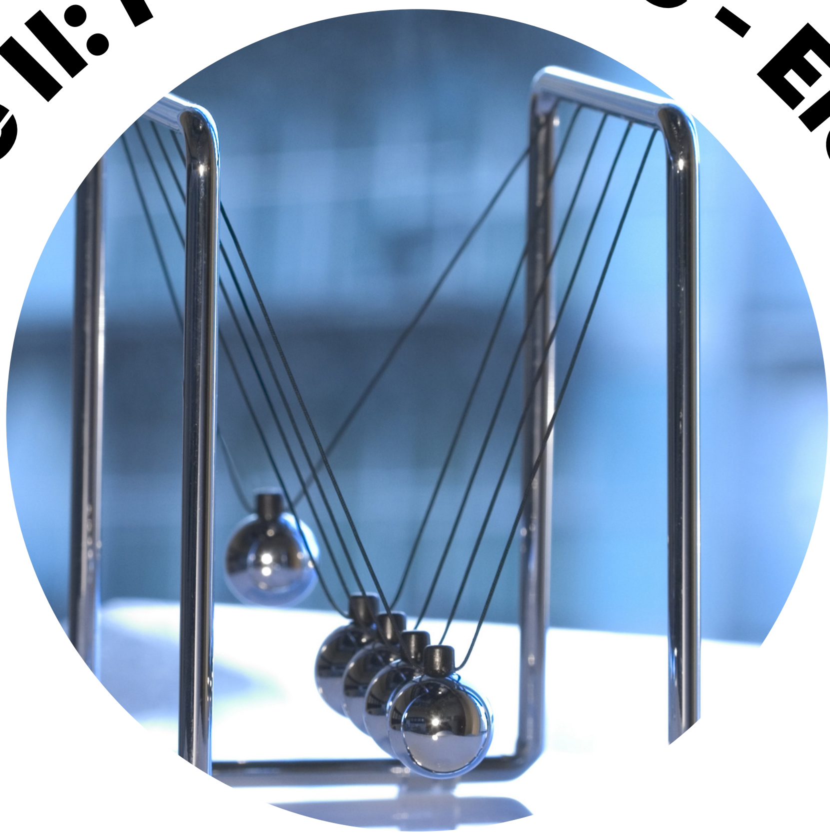
Physique II: Mécanique - Electricité

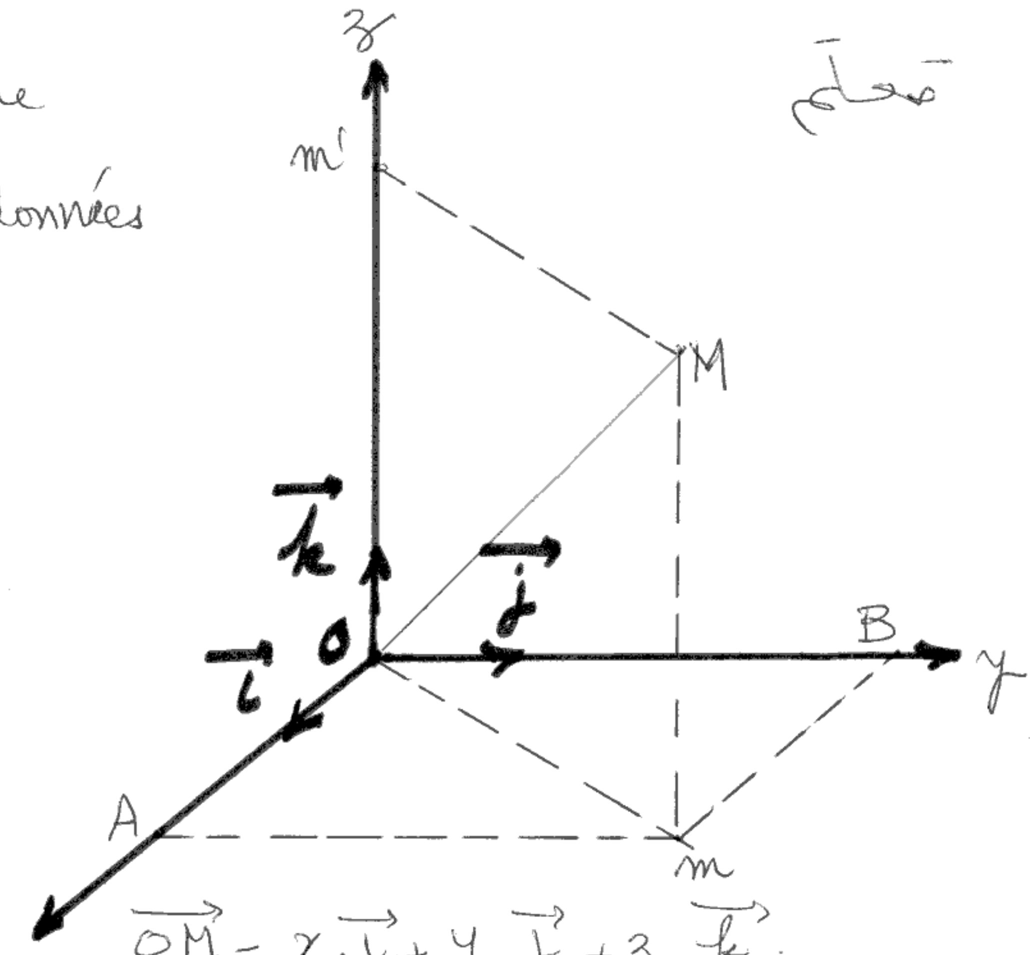


SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

Repère

Coordonnées

معلم



$$\overrightarrow{OM} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j} + z_M\vec{k}$$

$OA = x_M$; $OB = y_M$; $Om' = z_M$

$\overrightarrow{Om} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j}$; $Om = AB$

= Projection de $\overrightarrow{OM}$ sur le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ parallèlement à Oz.

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vecteurs de base, unitaires

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ Repère orthonormé $\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$

(x_M, y_M, z_M) = Coordonnées du point M

$mM = Om'$ et $Am = OB$

$\overline{Om}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2$; $\overline{OM}^2 = \overline{Om}^2 + \overline{Om'}^2$

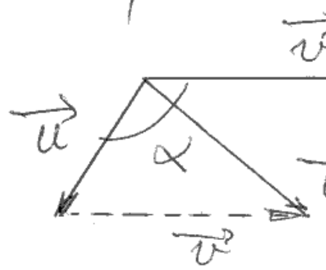
$= x_M^2 + y_M^2$ $\qquad = x_M^2 + y_M^2 + z_M^2$

j diouri

Calcul vectoriel

Somme de deux vecteurs :

Addition



$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$
$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$
$$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x)\vec{i} + (u_y + v_y)\vec{j} + (u_z + v_z)\vec{k}$$
$$2\vec{u} = \vec{u} + \vec{u}$$

Produit scalaire

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z = \text{Scalaire (nombre)}$$

si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ sont $\perp$ (perpendiculaires ou orthogonaux)

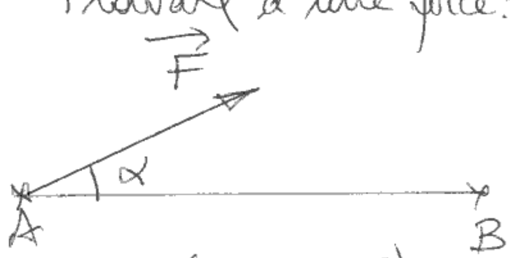
$u_x = \vec{u} \cdot \vec{i}$: projection de $\vec{u}$ sur l'axe Ox.

$\vec{u} \cdot \vec{u} = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = u^2$ (dans un repère orthonormé)

u : module (ou norme) de $\vec{u}$.

$$\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot v \cdot \cos\alpha}$$

Exemple : Travail d'une force :



travail accompli (effectué) par $\vec{F}$ lorsque son point d'application se déplace de A à B est :

$$W(\vec{F}, \vec{AB}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot \overline{AB} \cdot \cos\alpha$$

Une force qui reste perpendiculaire à la direction de déplacement ne produit aucun travail

$$\vec{F} \perp \vec{AB} \Rightarrow W(\vec{F}, \vec{AB}) = 0$$

J. Diouri

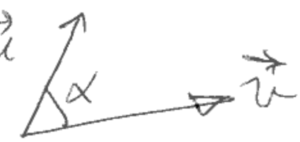
Calcul Vectoriel

Produit vectoriel

(1) $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_y v_z - u_z v_y \\ v_x u_z - v_z u_x \\ u_x v_y - v_x u_y \end{pmatrix}$

si $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = k\vec{u}$ et $u \wedge \vec{v} = 0$

(2) $|\vec{u} \wedge \vec{v}| = u . v . \sin\alpha$

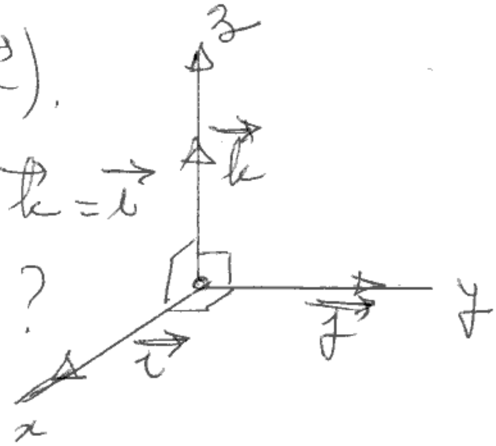


$\vec{u} \wedge \vec{v} = - \vec{v} \wedge \vec{u}$

$\vec{u} \wedge (k\vec{v}) = k(\vec{u} \wedge \vec{v})$.

$\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$; $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$

$\vec{u} \wedge \vec{i}$? $\vec{u} \wedge \vec{j}$? $\vec{u} \wedge \vec{k}$?



Retrouver (1).

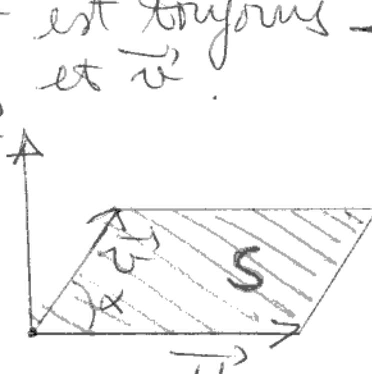
$(\vec{u} \wedge \vec{v}) . \vec{u} = ?$ $\quad (\vec{u} \wedge \vec{v}) . \vec{v} = ?$

$\Rightarrow$ le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est toujours $\perp$ aux deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$\vec{u} \wedge \vec{v} \perp \vec{u}$

$\vec{u} \wedge \vec{v} \perp \vec{v}$

$|\vec{u} \wedge \vec{v}| =$ surface (S) formée par $\vec{u}$ et $\vec{v}$



le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ indique la normale (perpendiculaire) au plan formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Cette normale est orientée dans le sens (tire bouchon)

J. Diouri

trajectoire (, lieu)

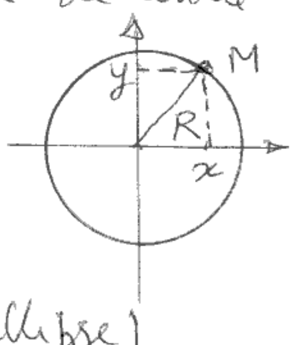
<u>déf.</u> ligne décrite par un point (matériel).

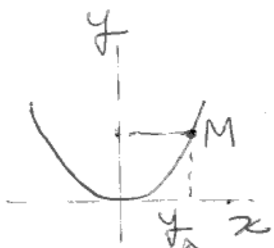
- trajectoire réctiligne : droite
- " circulaire : Cercle (orbite)
- " sphérique : sur une sphère.
- " plane : dans un plan
- quelconque : curviligne

<u>Equations</u>:

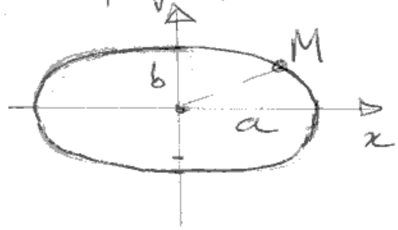
<u>Cartesienne</u> : Relations entre les coordonnées

$x^2+y^2=R^2$ Cercle de centre O et de rayon R :





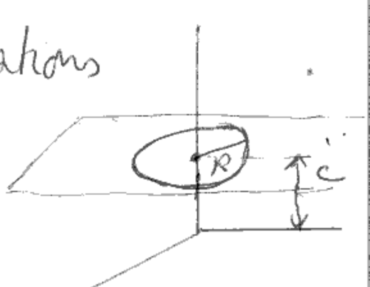
$y = ax^2$ (parabole)



$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ Ellipse)

<u>Paramétrique</u> on donne les relations

t = temps $x(t),\ y(t);\ z(t)$



<u>Ex</u>: $\begin{cases} x = R\sin\omega t \\ y = R\cos\omega t \\ z = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z = c \end{cases}$

↳ Cercle de rayon R situé dans le plan $z=c$

Exemple (1)

Les coordonnées cartésiennes d'un point sont données, en fonction du temps, par :

$$(\mathcal{C})\quad \begin{cases} x(t) = V_0 . t . \cos\alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2} a t^2 + V_0 t \sin\alpha \\ z = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ a > 0 \end{matrix}$$

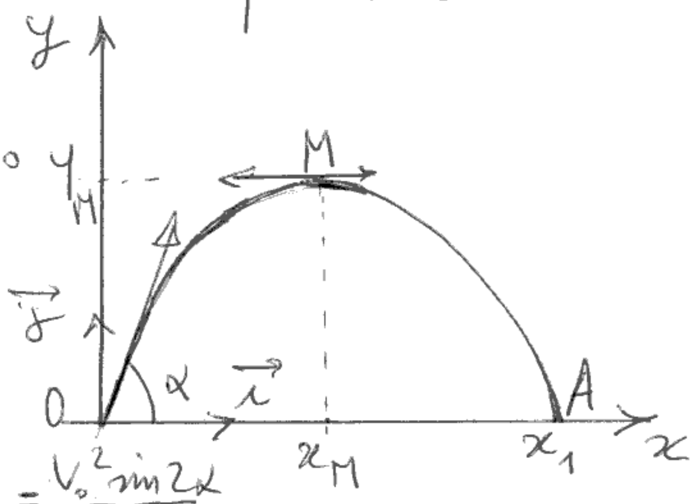
Caractérisez la trajectoire.

$$y = -\frac{1}{2} a \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha} \right)^2 + x \, tg\, \alpha$$

$z = 0 \Rightarrow$ la trajectoire est située dans le plan xOy

$y = A x^2 + B \Rightarrow$ C'est une parabole

$(\mathcal{C})$ située dans le quadrant $x \geq 0$, $y \geq 0$



$t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$

$$y = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_0 = 0 \\ t_1 = 2 \dfrac{V_0 \sin\alpha}{a} \Rightarrow x_1 = \dfrac{V_0^2 \sin 2\alpha}{a} \end{cases}$$

Maximum ? $\dfrac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{V_0 \sin\alpha}{a} = \dfrac{x_1}{2} \\ y_M = \end{cases}$

tangente à l'origine :

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = tg\,\alpha$$

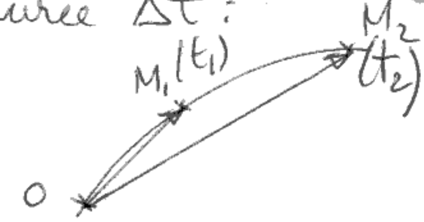
Vérifier l'homogénéité des formules

تجانس الصيغ

Vitesse

Vitesse moyenne pendant la durée Δt :

$$\overrightarrow{V}_{moy} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{\Delta t}$$



Vitesse instantanée (à t) : dérivée de $\overrightarrow{OM}$.

$\Delta t \to 0$ $\qquad \overrightarrow{V}_t = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

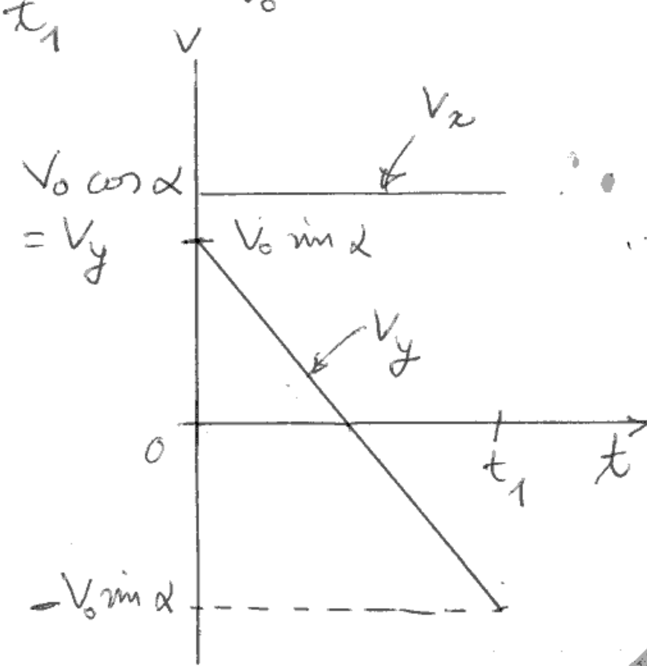
si le repère est fixe, ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ indépendants de t)

la Vitesse est toujours définie par rapport à un repère, un référentiel, donné.

Ex : Calculer la vitesse moyenne entre l'instant initial et l'instant final dans l'ex (1)
Calculer la vitesse instantanée, tracer $\vec{V}(t)$.

$$\overrightarrow{V}_{moy} = \frac{\overrightarrow{OA}}{t_f - t_i} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}\vec{i} = \frac{x_1}{t_1}\vec{i} = V_0 \cos\alpha$$

$$\vec{V} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_0 \cos\alpha = V_x \\ \frac{dy}{dt} = -at + V_0 \sin\alpha = V_y \end{cases}$$



Accélération

c'est la dérivée de la vitesse

$$\cdot\ \vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

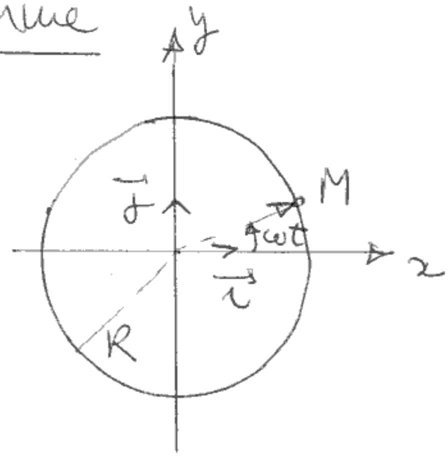
Accélération dans l'ex. (1) :

$$\vec{\gamma} = \begin{cases} 0 \\ -a \end{cases} = -a\vec{j}.$$

l'accélération est constante, c'est un mouvement uniformément accéléré. حركة متسارعة بانتظام

Mouvement Circulaire uniforme

$$\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} R\cos\omega t \\ R\sin\omega t \end{array} \right.$$



$$\vec{V} \left| \begin{array}{l} -\omega R\cos\omega t \\ \omega R\cos\omega t \end{array} \right.$$

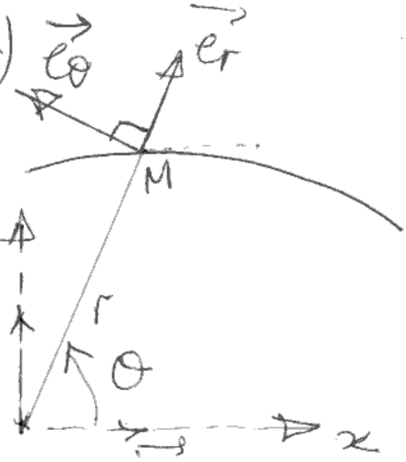
$$\vec{\gamma} \left| \begin{array}{l} -\omega^2 R\cos\omega t \\ -\omega^2 R\sin\omega t \end{array} \right. \Rightarrow \vec{\gamma} = -\omega^2\overrightarrow{OM}$$

l'accélération est toujours dirigée vers le Centre : Accélération Centripète

J. Diouri

Autres systèmes de coordonnées

Coordonnées polaires (plan)

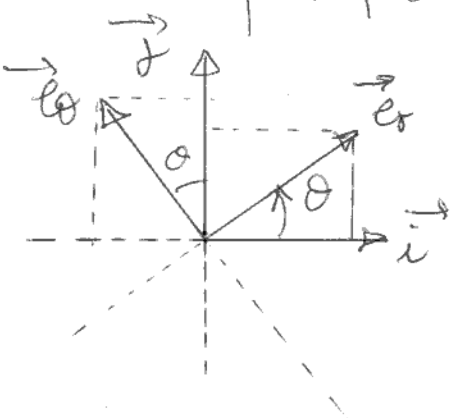


M est repéré par l'angle $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ et la distance $r = OM$.

$$\vec{OM} = r\,\vec{e_r}.$$

$\vec{e_\theta} \perp \vec{e_r}$ orienté dans le sens positif de θ.

$$\begin{cases} \vec{e_r} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{e_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{i} = \cos\theta\,\vec{e_r} - \sin\theta\,\vec{e_\theta} \\ \vec{j} = \sin\theta\,\vec{e_r} + \cos\theta\,\vec{e_\theta} \end{cases}$$

vitesse : $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

On montre : $\dfrac{d\vec{e_r}}{d\theta} = \vec{e_\theta}$; $\dfrac{d\vec{e_\theta}}{d\theta} = -\vec{e_r}$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e_r} + r\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \dot{r}\,\vec{e_r} + r\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}.$$

Accélération

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \ddot{r}\,\vec{e_r} + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} + r\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - r\dot{\theta}^2\,\vec{e_r}$$

$$= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{e_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\vec{e_\theta}$$

Bon courage

LIENS UTILES ☝

Visiter :

1. https://biologie-maroc.com
   - Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. https://biologie-maroc.com/shop/
   - Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
   - Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
   - Trouver des bourses et des écoles privées

3. https://biologie-maroc.com/emploi/
   - Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
   - Trouver des offres d'emploi et de stage