

# Physique II: Mécanique - Electricité

SCIENCES DE LA  
VIE ET DE LA TERRE



## Shop



- Cahiers de Biologie + Lexique
- Accessoires de Biologie



## Etudier



Visiter [Biologie Maroc](http://www.biologie-maroc.com) pour étudier et passer des QUIZ et QCM en ligne et Télécharger TD, TP et Examens résolus.



## Emploi



- CV • Lettres de motivation • Demandes...
- Offres d'emploi
- Offres de stage & PFE

## MECANIQUE DU POINT

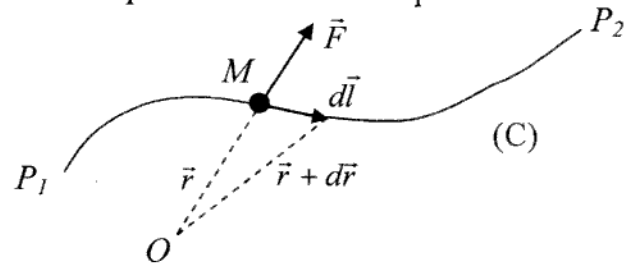
### CHAPITRE III : DYNAMIQUE DU POINT TRAVAIL, ENERGIE POTENTIELLE, ENERGIE CINETIQUE ET LOI DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

#### 1. TRAVAIL – PUISSANCE

##### 1.1. Travail élémentaire

▲ Le travail élémentaire de la résultante des forces  $\vec{F}$  agissant sur une particule, dont le point d'application  $M$  subit un déplacement  $d\vec{\ell}$ , est par définition :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$



Ce travail est dit : travail moteur si  $dW > 0$  et travail résistant si  $dW < 0$ .

##### 1.2. Travail total

Le travail total produit par la force  $\vec{F}$ , lorsque la particule se déplace de  $P_1$  ( $\vec{OP}_1 = \vec{r}_1$ ) à  $P_2$  ( $\vec{OP}_2 = \vec{r}_2$ ), le long d'une trajectoire (C) est :

$$W_{P_1}^{P_2} = \int_{(C)} dW = \int_{(C)} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$d\vec{r} = d\vec{\ell}$  est le déplacement élémentaire, tel que :

- en coordonnées cartésiennes  $x, y, z$  :

$$d\vec{r} = d\vec{\ell} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$$

- en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  :

$$d\vec{r} = d\vec{\ell} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta$$

- en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  :

$$d\vec{r} = d\vec{\ell} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z$$

En général, le travail total dépend de la trajectoire suivie par la particule. ( $dW$  n'est pas donc une différentielle totale exacte).  
Le travail est exprimé en Joule ( $J$ ).

### 1.3. Puissance instantanée

▲ C'est le travail fourni par la force  $\vec{F}$ , par unité de temps :

$$P(t) = \frac{dW}{dt} \quad \text{ou} \quad P(t) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V}(t)$$

$\vec{V}(t)$  est la vitesse de la particule.

### 1.4. Puissance moyenne

La puissance moyenne entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est :

$$P_m = \frac{W}{t_2 - t_1}$$

La puissance est exprimée en Watt ( $W$ ).

### 1.5. Cas particuliers

- Si  $\vec{F}$  est perpendiculaire au déplacement :  $W = 0$
- Si  $F = \text{cte}$  :  $W = \vec{F} \Delta \vec{r} = \vec{F}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

## 2. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

Dans un repère galiléen, la résultante de forces appliquées s'écrit (P.F.D) :

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Au cours d'un déplacement  $d\vec{\ell} = \vec{V}dt$ , le travail élémentaire est donné par :

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = m \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V} dt = mV dV \\ &= d\left(\frac{1}{2}mV^2\right) = dE_c \end{aligned}$$

$E_c = \frac{1}{2}mV^2$  est l'énergie cinétique de la particule à chaque instant  $t$ .

Le travail effectué entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  sera :

$$W = \int_{t_1}^{t_2} dE_c \Rightarrow W = \Delta E_c = (E_c)_2 - (E_c)_1 \quad \text{avec} \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

D'où le théorème :

▲ Le travail de la résultante des forces appliquées à une particule dans un référentiel galiléen, entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ , est égal à la variation de l'énergie cinétique de la particule entre ces deux instants.

**Remarque :** Si le référentiel n'est pas galiléen, la résultante des forces doit inclure les forces d'inerties :

- Force d'inertie d'entraînement :  $\vec{F}_e = -m\vec{\gamma}_e$
- Force d'inertie de Coriolis :  $\vec{F}_c = -m\vec{\gamma}_c$

### 3. ENERGIE POTENTIELLE ET ENERGIE MECANIQUE

#### 3.1. Cas des forces conservatives

Dans certains cas (champ de forces newtoniens de gravitation, champ électrique ...), le travail total effectué par la force  $\vec{F}$ , lorsque la particule se déplace de  $P_1$  à  $P_2$ , est indépendant du trajet suivi, donc indépendant de la courbe ( C ) qui relie  $P_1$  et  $P_2$ . Dans ce cas, on dit que la force  $\vec{F}$  est conservative ou  $\vec{F}$  dérive d'une énergie potentielle  $E_p$  définie par :

$$\boxed{E_p = - \int \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \quad \vec{F} = - \overrightarrow{\text{grad}} E_p}$$

Exemple : La force  $\vec{F} = -k\vec{r}$  (ressort) dérive d'une énergie potentielle  $E_p$  :

$$\begin{aligned} E_p &= - \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int -k\vec{r} \cdot d\vec{r} \\ &= k \int r dr = \frac{1}{2} k r^2 + C^{te} \end{aligned}$$

L'énergie potentielle est donc définie à une constante près.

▲ Le travail effectué au cours du déplacement de  $P_1$  à  $P_2$ , est égal à la diminution de l'énergie potentielle :

$$\boxed{W = E_{p_1} - E_{p_2}}$$

#### 3.2. Propriétés de forces conservatives

Les propriétés de forces conservatives sont les suivantes :

- Le travail ne dépend pas du chemin suivi
- Le travail est nul le long d'une courbe fermée

- La force conservative dérive d'une énergie potentielle telle que :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

- L'énergie mécanique  $E = E_p + E_c$  de la particule, soumise à une force conservative, se conserve au cours du mouvement.

En effet :

$$W = \underbrace{E_{c_2} - E_{c_1}}_{\text{toujours valable}} = \underbrace{E_{p_1} - E_{p_2}}_{\text{valable dans le cas d'une force conservative}}$$

$$E_{p_1} + E_{c_1} = E_{p_2} + E_{c_2}$$

donc

$$E_1 = E_2 = \text{cte}$$

Cette relation s'appelle intégrale de l'énergie.

### 3.3. Cas des forces non conservatives (ou dissipatives)

Dans ce cas, le travail total effectué dépend du chemin suivi (exemple : frottement).

Comme le théorème de l'énergie cinétique est valable dans tous les cas, on a :

$$W = W_d + W_c = \Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$W_d$  : travail des forces dissipatives

$W_c$  : travail des force conservative

Donc  $W_d = \Delta E_c - W_c$  avec  $W_c = E_{p_1} - E_{p_2}$

D'où  $W_d = E_{c_2} - E_{c_1} - (E_{p_1} - E_{p_2}) = (E_{c_2} + E_{p_2}) - (E_{c_1} + E_{p_1})$

C'est-à-dire :

$$W_d = E_2 - E_1$$

La perte de l'énergie mécanique est mesurée par le travail des forces dissipatives.

## 4. CONDITIONS D'EQUILIBRE – STABILITE

Considérons un point matériel  $M$  en déplacement uniquement suivant l'axe  $Ox$ .  
Ce point est soumis à une force dérivant d'une énergie potentielle  $E_p(x)$

(déplacement suivant l'axe  $Ox$ ). Alors, cette particule est en équilibre lorsque son énergie potentielle est extrémale :

$$\boxed{\frac{dE_p}{dx} = 0}$$

En effet, à l'équilibre  $\vec{F} = \vec{0}$  ; comme  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p = -\frac{dE_p}{dx} \vec{e}_x$ , on a  $\frac{dE_p}{dx} = 0$

L'équilibre est stable si  $E_p$  est minimale

$$\boxed{\frac{dE_p}{dx} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2 E_p}{dx^2} > 0}$$

L'équilibre est instable si  $E_p$  est maximale

$$\boxed{\frac{dE_p}{dx} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2 E_p}{dx^2} < 0}$$

## 5. EXEMPLES D'APPLICATION

### 5.1. Exemple du calcul de l'énergie et du moment cinétique

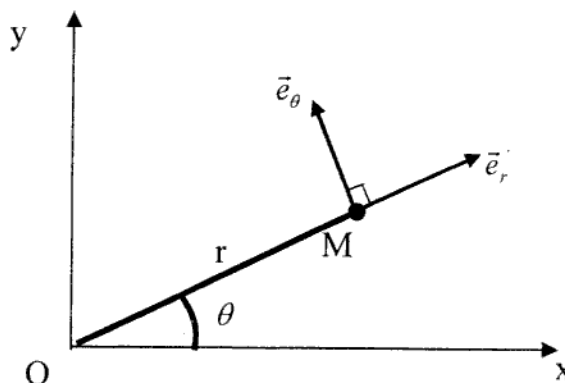
Une particule de masse  $m$  est en mouvement sous l'action de la force :

$$\vec{F}(r) = \frac{\alpha}{r^2} \vec{e}_r$$

$\alpha$  étant une constante positive.

Calculer en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  :

- 1) L'énergie cinétique de la particule
- 2) L'énergie potentielle  $E_p$
- 3) L'énergie mécanique (énergie totale)  $E$
- 4) Le moment cinétique  $\vec{\sigma}_0$  par rapport à l'origine.



Réponse :

1) Calcule de  $E_c$

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2$$

Or en coordonnées polaires  $\vec{V}$  est donnée par :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(r\vec{e}_r)}{dt} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

Soit 
$$E_c = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$$

2) Calcul de  $E_p$  : la particule est soumise à la force  $\vec{F}(r) = \frac{\alpha}{r^2} \vec{e}_r$

On a donc

$$E_p = - \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

avec  $d\vec{l} = dr\vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta$  : déplacement élémentaire en coordonnées polaires.

D'où

$$E_p = -\alpha \int \frac{dr}{r^2} = +\frac{\alpha}{r} + cte$$

En supposant  $E_p = 0$  pour  $r \rightarrow \infty$ , on a :

$$cte = 0 \quad \text{et} \quad E_p = \frac{\alpha}{r}$$

3) Calcul de  $E$

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{\alpha}{r}$$

4) Calcul de  $\vec{\sigma}_0 = \vec{OM} \wedge m\vec{V}$

$$\begin{aligned} &= r\vec{e}_r \wedge m(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta) \\ &= m\dot{r}r \vec{e}_r \wedge \vec{e}_r + m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_r \wedge \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

or 
$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_r = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{e}_r \wedge \vec{e}_\theta = \vec{e}_z$$

d'où 
$$\vec{\sigma}_0 = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$

## 5.2. Exemple du calcul de la position d'équilibre

Un point matériel de masse  $m$ , astreint à se déplacer sur un axe Ox, est soumis de la part du point O à une force :

$$\vec{F} = \left( -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \vec{e}_x$$

Pour quelle valeur  $x_0$  de  $x$  le point est-il en équilibre ?

Réponse :

- **Condition d'équilibre**

Le point matériel n'est supposé soumis qu'à la force  $\vec{F}$  d'où la condition d'équilibre :

$$\vec{F} = \vec{0}$$

Avec  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}E_p} = -\frac{dE_p}{dx}\vec{e}_x$

D'où  $\left(-\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)\vec{e}_x = 0$  ou encore  $\frac{2}{x^2} = \frac{1}{x^3}$

Donc pour  $x = x_0 = \frac{1}{2}$ , le point matériel se trouve en équilibre.

- **Stabilité de l'équilibre :**

$$\frac{dE_p}{dx} = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} \Rightarrow \frac{d^2E_p}{dx^2} = \frac{-4}{x^3} + \frac{3}{x^4} = \frac{1}{x^3} \left( \frac{3}{x} - 4 \right)$$

$$\left( \frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=\frac{1}{2}} = 8.(6-4) = 16 > 0$$

C'est-à-dire  $E_p$  est minimale ; d'où l'équilibre est stable.

# Bon courage



## LIENS UTILES 🙌

### Visiter :

1. <https://biologie-maroc.com>

- Télécharger des cours, TD, TP et examens résolus (PDF Gratuit)

2. <https://biologie-maroc.com/shop/>

- Acheter des cahiers personnalisés + Lexiques et notions.
- Trouver des cadeaux et accessoires pour biologistes et géologues.
- Trouver des bourses et des écoles privées

3. <https://biologie-maroc.com/emploi/>

- Télécharger des exemples des CV, lettres de motivation, demandes de ...
- Trouver des offres d'emploi et de stage

